توانا بود هر که دانا بود

وزارت فرهنگ

کتاب حساب

سال اول دبیرستانها

۱۳۱۸

آغاز

در این عصر خجسته که ارادهٔ خسروانهٔ شاهنشاه دانش‌پرور اعلیحضرت رضا شاه پهلوی
و توجهات حکیمانهٔ والاحضرت همایون ولایتعهد به توسعه و ترقی علوم و فنون و
رفع هرگونه نقص و اختلاف در شئون اجتماعی کشور معطوف است. وزارت فرهنگ
لازم دانست که برنامهٔ آموزشگاهها را با این منظور عالی کاملا موافق نماید. و نخست به اصلاح
برنامهٔ تحصیلات متوسطه پرداخت. و چون اجرای برنامه فقط با اصلاح کتب درسی میسر
نبود در تاریخ ۲۷ مهرماه ۱۳۱۷ تصویب‌نامه از هیئت وزیران گذرانید که نگارش
کتب دبیرستانی از این پس واحد و داشتن همهٔ آنها لازم و اجباری میگردد. و بموجب آن
هیئتی از استادان و دانشیاران و دبیران که پیشینهٔ تألیف و تدریس داشتند
بنام کمیسیون تهیه و چاپ کتب برگزیده شد تا برای انجام این مقصود راهی
وضع کنند که همه کتب دبیرستانی بر طبق یک اسلوب مطلوب موافق با اصول
آموزش و پرورش نگارش یابد تا علاوه بر سودمندی دارای همه خصائص ملی و اخلاقی را جامع
باشد که از عهد باستان میهن گرامی ما ایرانیان بوده. مانند میهن‌پرستی و شاه‌دوستی

و راست گفتاری و درست کرداری و دیگر صفات و اخلاق نیکو که منظور اصلی از
هر تعلیم و تربیت می‌باشد .

سپس بپیشنهاد این کمیسیون تألیف کتاب درسی هر یک از مواد برنامه بچند تن
از کسانی که آزموده و شایستگی داشتند ارجاع شد .

اینک کتاب حساب برای سال اول دبیرستانها که تألیف آن به :

آقای دکتر علی افضلی پور   دانشیار

آقای ابوالقاسم قربانی

واگذار شده بود از طرف وزارت فرهنگ منتشر شود که در همه دبیرستانهای پسران
و دختران کشور منحصراً تدریس شود .

وزیر فرهنگ

[signature]

مقدمه

۱ ـ چندی ـ آنچه را که قابل افزایش یا کاهش باشد چندی (کمیت) گویند .

۲ ـ **مقدار** ـ جزء محدود ومعینی از چندی را مقداری از آن چندی خوانند .

۳ ـ مثال ـ شماره دانش آموزان یك دبیرستان ـ سنگینی یك کیسه آرد ـ پهنای یك خیابان وروشنی یك چراغ برق هریك بترتیب مقداری از چندی های شماره وزن ، در ازا وروشنائی میباشد .

۴ ـ **یکه** ـ یکه مقدار معینی است از هر چندی که برای سنجیدن یعنی شمردن یا اندازه گرفتن آن چندی بکار میرود مانند کتاب برای شمردن جنس کتاب و کیلو گرم برای اندازه گرفتن جنس وزن و متر برای اندازه گرفتن جنس در ازا .

۵ ـ **چندی بردوگونه است :** یکی چندی پیوسته آن است که یکه های آن از یکدیگر جدا نیستند بلکه بیکدیگر پیوسته اند مانند چندی وزن و چندی درازا دیگر چندی ناپیوسته که طبیعة یکه های

آن جدا جدا است مثل جمعیت و کتاب که یکه آنها یك نفر و یك کتاب است .

چنانکه میبینید درین گونه چندی یکه بالطبع معین ومشخص است اما درچندی های پیوسته مقدار معین مشخص از هر چندی را بعنوان یکه آن چندی انتخاب و اختیار می‌کنند مانند متر برای چندی درازا وساعت برای چندی زمان ـ

۶ ـ سنجش شمردن مقداری ازچندی ناپیوسته یا اندازه گرفتن مقداری ازچندی پیوسته را سنجش خوانند ـ بعبارت دیگر سنجش یك مقدار تعیین شماره یکه‌هائی است که درآن مقدار موجود میباشد

۷ ـ عدد ـ نتیجه سنجش یك مقدار را بایکه اختیار شده عدد گویند

۸ ـ مثال ـ در جعبهٔ چند مداد داریم هر یك از آنها یکه جنس مداد میباشد اگر نتیجه سنجش مداد های این جعبه با یکه هفده شد هفده‌را عدد گوئیم وهمچنین اگر فاصله دو پایه چراغ برق برابر با سی و چهار متر باشد سی و چهار را عدد خوانند ـ

۹ ـ عدد مقید و عدد مطلق ـ هرعددی که نام یکه اش برده شد مقید خوانند مانند هفت متر پانزده درخت ـ عددی را که بی نام یکه باشد مطلق گویند مانند هشت و ده ـ

۱۰ ـ عدد درست و عدد برخه‌ای اگر مقداری درست شامل چند یکه تمام باشد نتیجه سنجش این مقدار با یکه عدد درست میباشد اگر درمقداری علاوه بریکه های درست جزئی کوچکتر از یك یکه یافت شود عددی که سنجش این مقدار را نمایش میدهد عددیست برخه‌ای ـ

برای سنجش جزء کوچکتر از یکه ـ یکه اصلی را بچند جزء متساوی قسمت نموده یکی از آنها را که یکه برخه‌ای مینامند بعنوان یکه نو انتخاب کرده جزء کوچکتر ازیکه را با این یکه کوچکتر می سنجیم

۱۱ ـ تعریف علم حساب ـ حساب علمی است که از خواندن و نوشتن عدد های مطلق وخواص آنها وعمل هائیکه درآنها میتوان انجام داد وراه بکار بردن این عملها درحل مسئله ها گفتگو مینماید ـ

بخش نخست

شمار

۱۲ ـ شمار بخشی است از حساب که در آن از تشکیل اعداد و قانونهای خواندن ونوشتن آنها بوسیله یکعده واژه ها و علامتهای معین گفتگو مینماید .

۱ ـ تشکیل عدد ها

۱۳ ـ **تشکیل عدد ها** ـ عدد نخستین یك است اگر بریك یکی دیگر بیفزائیم دومین عدد بدست میآید و چون این عمل را هرچند بار بخواهیم میتوانیم تکرار نمائیم معلوم میشود که سلسله عدد بی پایانست زیرا هراندازه عددی بزرگ فرض شود باز باافزودن یك بر آن میتوان عددی بزرگتر بدست آورد ـ

۲ ـ شمار گفتنی

۱۴ ـ تعریف ـ مقصود از شمار گفتنی بیان قواعدی است برای نامیدن سلسله بی‌پایان عدد ـ چون سلسله عدد بی‌پایان است اگر میخواستیم برای هریك نام مخصوصی بگذاریم شماره این نامها نیز بی‌پایان وبکار بردن آنها غیر ممکن بود ــ پس ناچار باید قوانینی وضع نمود که نامیدن همه عددهارا بکمك یك عده محدود واژه های معین ممکن سازد

این قواعدرا شمار گفتنی نامند ـ برای روشن شدن مطلب بذکر مثالی میپردازیم :

۱۵ ـ در کتابخانه ای کلیه کتابها در طبقه هـای مختلف بعده مساوی قرار گرفته مثلا بیست طبقه که در هر یک دوازده جلد کتاب یافت میشود وکتابهای هرطبقه نیز شماره مشخص دارد در این صورت هر کتابی را که طبقه و شمـاره آنرا بدانیم میتوانیم بآسانی بیابیم مثلا میگوئیم کتاب هشتم ازطبقه پنجم ـ ولی اگر کتابها طبقه بندی نشده فقط شماره آنها معلوم باشد برای یافتن کتاب شماره پنجاه و ششم که همان کتاب پیش است وقت بیشتری لازم خواهد بود ـ

قواعد شما را اعداد تقریباً بـر همین پایه قرار گرفته است یعنی برای شمردن اعداد هم طبقه ها و مرتبه هائی اختیار شده و چـون نخستین وسیله بـرای شمردن انگشتان دست بوده عادت بر این جـاری شده که هر مرتبه شامل ده عدد باشد ـ این نوع شمار را شمار ده دهی (اعشاری) نامند ولی ممکن است که شماره عدد های موجود در یك مرتبه برابر ده نبوده بلکه شش یاهشت یادوازده باشد ـ **در شمار ده دهی عدد ده را پایه گویند**

۱۶ ـ شمار ده دهی (اعشاری) ـ عدد یك یکهٔ (واحد) مرتبه اول است و عدد های : یک دو سه چهار پنج شش هفت هشت نه که هریک نام مخصوصی دارند مرتبه اول یامرتبه یکان (آحاد) را تشکیل میدهند اگر یک یکه برنه بیفزائیم عدد ده بدست میآید که دهمین عددمرتبه یکان‌استوآنرابعنوان‌یکه مرتبه دوم که‌مرتبه‌دهگان(عشرات)است اختیار مینمائیم پس ده یکه مرتبه نخست یک یکه مرتبه دوم‌را میسازد

که آنرا دهه (عشره) گویند و عدد های یک دهه دودهه سه دهه . . .
. . . . هشت دهه نه دهه را که بنامهای ده بیست سی چهل پنجاه
شصت هفتاد هشتاد نود نامیده میشوند عدد های مرتبه دوم میباشند
اگر یک یکه مرتبه دوم که ده باشد بر نود بیفزائیم عدد صد که دهمین
عدد مرتبه دهگان است بدست میآید و آنرا بعنوان یکه مرتبه سوم که
مرتبه صدگان (مأت) است اختیار مینمائیم -

برای نامیدن عددهائی که بین دو دهگان متوالی قرار گرفته اند
نام دهگان کوچکتر را بضمیمه شماره یکانهای لازم ذکر مینمائیم مانند :
سی و یک سی و دو . . . . سی وهشت سی ونه وهفتادو یک هفتادودو . . .
ولی عدد های واقعه بین ده وبیست نامهای مخصوصی دارند وبجای اینکه
بگوئیم ده ویك وده ودو وده وسه . . . . . ده ونه میگوئیم : یازده دوازده
سیزده چهارده پانزده شانزده هفده هیجده نوزده -

چنانچه گفتیم ده دهگان یعنی ده یکه از مرتبه دوم تشکیل یك
صده یایك یکه ازمرتبه سوم را میدهد و اعداد یك صد دوصد سه صد
چهار صد . . . . نه‌صدرا که مرتبه سوم یامرتبه صدگان را میسازد مرتباً
بنامهای صد دویست سیصد چهار صد پـنصد ششصد هفتصد هشتصد
نهصد میخوانیم -

برای نامیدن اعدادواقع بین دوصدگان متوالی مانند سیصد چهارصد
نام صدگان کوچکتررا گفته و درپی آن نام دهگان و یکان لازم را ذکر
میکنیم مثلا سیصدو یك سیصد و دو . . . سیصدو دوازده . . . سیصد و
هفتادو پنج . . . . سیصدو نود . . . . سیصدو نودو نه

از یك تانهصدو نودو نه‌را طبقه اول اعداد یا طبقه یکان خوانیم
ونباید فراموش کرد که مرتبه یکان غیراز ازطبقه یکان است -

ده یکه ازمرتبه سوم یاده صد یك یکه ازمرتبه چهارم را میسازد و آنرا هزار گویند که یکه مرتبه اول از طبقه دوم است برای نامیدن اعداد بزرگتر از هزار همان عملی را که در بارهٔ یك یکه مرتبه نخست از طبقه اول انجام دادیم در بارهٔ هزار که یکه مرتبه اول از طبقه دوم است اجرا مینمائیم بدینطریق میتوانیم اعدادرا تانهصد و نود و نه هزارو نهصدو نود و نه بنامیم واضح است کهعدد دههزار یکه مرتبه دوم ازطبقه دوم وعدد صدهزار یکه مرتبه سوم ازطبقه دوم میباشد بنابراین درهر طبقه سه مرتبه موجود است و واحد مرتبه نخست هر طبقه هزار برابر یکه مرتبه نخست طبقه پیش از آنست ـ

هزار برابر یکه مرتبه نخست از طبقه دوم را یك میلیون نامند واین عدد یکه مرتبه اول از طبقه سوم است ـ یکه مرتبه اول از طبقه چهارم یك بلیون یا یك میلیارد است که برابر هزار میلیون میباشد در جدول زیرین مرتبه ها وطبقه های مختلف دیده میشود ـ

طبقه اول یکان			طبقه دوم هزارگان			طبقه سوم میلیونها			طبقه چهارم بلیونها		
مرتبه ۱	مرتبه ۲	مرتبه ۳	مرتبه ٤	مرتبه ٥	مرتبه ٦	مرتبه ۷	مرتبه ۸	مرتبه ۹	مرتبه ۱۰	مرتبه ۱۱	مرتبه ۱۲
مرتبه ۱ مرتبه ۱	مرتبه ۲ مرتبه ۱	مرتبه ۳ مرتبه ۱	مرتبه ۱ مرتبه ۲	مرتبه ۲ مرتبه ۲	مرتبه ۳ مرتبه ۲	مرتبه ۱ مرتبه ۳	مرتبه ۲ مرتبه ۳	مرتبه ۳ مرتبه ۳	مرتبه ۱ مرتبه ٤	مرتبه ۲ مرتبه ٤	مرتبه ۳ مرتبه ٤
یکان	دهگان	صدگان	یکان هزار	دهگان هزار	صدگان هزار	یکان میلیون	دهگان میلیون	صدگان میلیون	یکان بلیون	دهگان بلیون	صدگان بلیون

۳ ـ شمار نوشتنی

۱۷ ـ تعریف ـ مقصود ازشمار نوشتنی بیان قواعدی است برای نوشتن سلسله بی‌پایان عدد بوسیله عدهٔ محدود علامتهای معین ـ

۱۸ ـ نوشتن اعداد ـ همان قسم که نامهای مخصوصی برای نه عدد مرتبه نخست طبقه اول اختیار شد نه علامت هم برای نمایش آنها بکار میرود بدینقرار : ۱ (یك) و ۲ (دو) و ۳ (سه) و ٤ (چهار) و ٥ (پنج) و ٦ (شش) و ۷ (هفت) و ۸ (هشت) و ۹ (نه) ـ

همین نه علامت برای‌نمایش اعداد همه مراتب هریك از طبقات بکار میرود مثلا گوئیم: ۱ دهه ، ۲ دهه ۳ دهه . . . . ۹ دهه ، ۲ صده . . . ۹ صده و برای اینکار کافی است بترتیب یکانهای هر مرتبه را با ذکر مرتبهٔ که این یکانها نمایش آنها میباشند بنویسیم بدینطریق نوشتن همه ممکن وآسان میگردد

درکشور ایران نیز مانند کشورهای دیگر ازچپ براست عددها را مینویسند بدینقرار که ازبزرگترین‌مرتبه بزرگترین طبقات شروع‌نموده وبمرتبه یکان طبقه اول که درراست نوشته میشود ختم مینمایند ودرهر طبقه بترتیب ازچپ براست پیکر صدگان وپیکر دهگان را قرار میدهند وطبقه بزرگتر درچپ طبقه کوچکتر نوشته میشود

۱۹ ـ مثال ـ برای نوشتن عدد هفت هزار و سیصد و پنجاه و چهار ــ اول پیکر هفت‌را که نمایش یکان طبقه هزاران است درسمت چپ ویس‌از آن پیکر سه را که نمایش شماره صد هاست و سپس پیکر پنج‌را که نمایش شماره دهگان است وبالاخره پیکر چهار را که نمایش مرتبه یکان است مینویسیم بدینقسم : ۷۳٥٤

۴۰ ـ **علامت صفر** ـ ممکن است عددی یك یا چندین مرتبه پیاپی یا غیر پیاپی را دارا نباشد دراینحال برای حفظ آن مرتبه ها بمنظور رعایت مراتب بالاتر بجای مرتبه هائی که درعد یافت نمیشود علامت (۰) را که صفر نام دارد میگذاریم

مثال ـ عددهای سه هزار و هفصدو پنج ـ و چهل و پنجهزار و نه‌را چنین مینویسیم : ۳۷۰۵ و ۴۵۰۰۹ عدد نخست مرتبه دهگان طبقه اول را نداشته بجای آن صفر گذازده ایم و عدد دویم مرتبه های دهگان وصدگان طبقه اول را نداشته است ـ

۴۱ ـ **خواندن عدد ها** ـ برای خواندن عدد کوچکتر ازهزار نخست مرتبه صدگان سپس مرتبه دهگان و بالاخره مرتبه یکان را که بترتیب ازچپ براست نوشته شده میخوانیم هر مرتبه باحروف (و) بمرتبه بعد متصل میگردد .

مثال ـ عدد ۷۲۵ را چنین میخوانیم : هفتصد و بیست و پنج ـ

برای خواندن عدد بزرگتر ازهزار نخست آنرا ازسمت راست بطبقه های سه پیکری قسمت کرده وهریك ازاین طبقه‌هارا مانند عد کوچکتر ازهزار خوانده وبمرتبه یکان هر طبقه نام یکان آن طبقه را میفزائیم .

مثال : ـ میخواهیم عدد۸۰٬۰۹۵٬۲۰۶ را بخوانیم ـ ازسمت راست آنرا بطبقه های سه پیکری تقسیم کرده می بینیم این عدد دارای طبقه های یکان و هزاران و میلیون است وآنرا همانطور که گفته شد بدینقسم میخوانیم : هشتاد میلیون و نودو پنجهزارو دویست وشش

مسئله ها

مسئله ۱ ـ (نمونه) ـ عدد ۷۵۴ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر صفری درراست پایین دوپیکر پایی آن بگذاریم چه تغییری دراین عدد روی میدهد ؟

الف ـ اگر صفر درسمت راست عدد گذارده شود ٤ که نمرش یکان است به ٤ دهگان و ٥ دهگان به ٥ صدگان و ۷ صدگان به ۷ هزار تبدیل میگردد بعبارت دیگر یکه هرمرتبه بیکه مرتبه بالاتر مبدل گشته ـ پس عدد مفروض نیز ۱۰ برابر یعنی ۹ برابر آن برآن افزوده شده است

ب ـ اگر صفررا بین ٤ و ٥ قرار دهیم در پیکر یکان تغییری روی نمیدهد ولی چنانکه گفته شد پیکر های دهگان وصدگان هریك ده برابر میشوند یعنی هریك ده یك صده تبدیل شده یا ۱۰ برابر میگردد وبعبارت دیگر ۹ برابر هرده بآن اضافه میشود پس به ٥ ده ۹ برابر ٥ ده که چهل و پنج ده یا ٤٥۰ است افزوده میشود ـ بهمین ترتیب دیده میشود ۷ صده به هفت هزار تبدیل شده و ۹ برابر ۷ صده یا ٦۳۰۰ بآن افزوده شده پس بر عدد مفروض باندازهٔ ٦۷٥۰ = ٤٥۰ + ٦۳۰۰ که ۹ برابر ۷٥۰ باشد افزوده شده ـ

ج ـ اگر صفر را بین ٥ و ۷ قرار دهیم دیده میشود که بعدد مفروض ۹ برابر هفت صده یا ٦۳۰۰ افزوده میشود ـ

قاعده ـ اگر صفری مابین دوپیکر پایی عددی بگذاریم عدد مفروض باندازه ۹ برابر عددی که در چپ صفر قرار دارد بزرگتر میشود و نیز میتوان گفت اگر دو صفر بین دو پیکر پایی عددی قرار دهیم عدد مفروض باندازهٔ ۹۹ برابر عددی که درسمت چپ این دوصفر قرار دارد بزرگتر میشود

مسئله ۲ ـ عدد های ۳۷٥ و ٤۹٤٥ و ٥۰٦۳ ، ۱۰۳ مفروض معین کنید اگر بترتیب یك یا دو یا سه صفر درراست آنها بین پیکر های پایی هریك قرار دهیم چه تغییری درآن عدد روی میدهد

مسئله ۳ ـ عددهای ۷۲ و ۹۰٤ و ٤۰۰۷ مفروض معین کنید اگر یك صفر درراست ودر همان حال صفری بین دوپیکر پایی هریك قرار دهیم چه تغییری دراین عددها روی میدهد ـ

مسئله ۴ - (نمونه) - میخواهیم تعیین کنیم چند عدد درست یك پیکری یا دوپیکری یا سه‌پیکری یا . . . . . موجود است -

الف - چنانچه میدانیم شماره اعداد یك پیکری ۹ میباشد -

ب - کوچکترین عدد دوپیکری ۱۰ و کوچکترین عدد سه پیکری ۱۰۰ میباشد پس شماره اعداد دوپیکری برابر خواهد بود با ۹۰=۱۰ - ۱۰۰

ج - بهمین ترتیب دیده میشود شماره عدد های سه پیکری برابر میباشد با ۹۰۰=۱۰۰ - ۱۰۰۰ و . . . .

مسئله ۵ - تعیین کنید چند عدد سه پیکری مابین دو عدد ۳۸۱ و ۶۹۵ یافت میشود (جواب : ۳۱۴ عدد)

مسئله ۶ - کتابی دارای ۵۴۸ صفحه است تعیین کنید چند پیکر برای نمایش شماره صفحه‌های این کتاب بکار رفته (جواب : ۱۵۳۶)

مسئله ۷ - سلسله طبیعی عدد ها را ازیك تاهزار پی‌درپی بترتیب مینویسیم تعیین کنید :

الف - چند بار علامت صفر وهریك ازپیکرهای ۹ گانه ۱ و ۲ و ۳ . . . . و ۹ بکار میروند ؟

ب - مجموع شماره‌پیکر هائی‌را که بکار رفته مستقیماً ویاباجمع نمودن عددهائی که درقسمت الف بدست آمده تعیین کنید -

ج - تعیین کنید پیکر های سیصد و شصت و پنجم و هفتصدو چهل و یکم وهزارو هشتصدو هفتادو هشتم این رشته چیست ؟

مسئله ۸ - برای نمایش شماره صفحه های کتابی ۱۰۷۷ پیکر بکار رفته است تعیین کنید شماره صفحه های این کتابرا (جواب : ۳۹۵)

مسئله ۹ - (نمونه) - اگر در عدد ۳۸ جای پیکر ها را تغییر دهیم چه تغییری دراین عدد روی میدهد ؟

حل - اگر یك یکه از پیکر یکان این عدد کم کنیم عدد باندازهٔ یك یکه کوچکتر میگردد و اگر یك یکه برپیکر یکان بیفزائیم عدد مفروض ۱۰ یکه بزرگتر میگردد - پس اگر یك یکه ازپیکر یکان برداشته وآنرا برپیکر دهگان بیفزائیم عدد مفروض باندازه ۹=۱ - ۱۰ یکه بزرگ میشود - بنابراین اگر ۸ را

بجای ۳ و ۳ را بجای ۸ بگذاریم مثل آنستکه ۵ یکه از پیکر یکان کم کرده بر پیکر دهگان افزوده ایم پس عدد مفروض باندازهٔ ۴۵ = ۵ × ۹ بزرگتر میشود و چنانکه می بینیم ۴۵ = ۳۸ − ۸۳ است

قاعده - هر گاه درعدد دوپیکری جای پیکر های یکان و دهگان را تغییر دهیم عدد مفروض باندازهٔ ۹ برابر اختلاف بین دو پیکر یکان و دهگان بزرگتر و یا کوچکتر میگردد - واضح است اگر پیکر یکان بزرگتر باشد عدد مفروض بزرگتر و اگر پیکر دهگان بزرگتر ازیکان باشد عدد کوچکتر میگردد

مسئله ۱۰ - معین کنید اگر درعددهای سه پیکری ۹۱۴ و ۷۰۵ و ۲۶۹ و ۴۸۱ جای دوپیکر یکان و صدگان را تغییر دهیم چه تغییری در هریک از این عددها روی میدهد وقاعدهٔ نظیر قاعدهٔ مسئله نونه بالا ذکر کنید .

مسئله ۱۱ - معین کنید اگر در هریک از عدد های ۹۷ و ۵۱ و ۴۰ و ۲۶ و ۷۳ و ۱۹۴ و ۳۰۷ و ۴۲۸ جای پیکر های یکان و دهگان را تغییر دهیم درهریك چه تغییری روی میدهد ؟

بخش دوم

چهار عمل اصلی

۱ - جمع

۴۲ - تعریف - منظور ازجمع چندین عدد بدست آوردن عدیست بنام مجموع یاحاصل جمع که بتنهائی دارای همانقدر یکه باشد که درآن چند عدد موجود است -

علامت جمع - علامت جمع (+) وآنرا بعلاوه یاباضافه میخوانیم-

تبصره - تنها میتوان اعدادیرا جمع نمود که ازیك جنس بوده و با یك یکه بیان شده باشد مثلا نمیتوان هشت کتاب را باده مداد جمع نمود اگر اعداد مقیدی که میخواهیم باهم جمع کنیم از یك جنس بوده ولی یکه های آنها مشترك نباشد پیش از عمل یکه ها را همجنس نمود و بعد عمل جمع را بجا میآوریم مثلا اگر بخواهیم ۱۲۵ متر را با ۳ کیلومتر جمع کنیم نخست ۳ کیلو متر را بایکه متر بیان میکنیم میشود ۳۰۰۰ متر سپس این عدد را با ۱۲۵ جمع مینمائیم و حاصل جمع از جنس متر حواهد بود -

۴۳ - قاعده - وقتی میخواهیم چندعدد را با یکدیگر جمع کنیم نخستین عدد را باعدد دویم وحاصل جمع این دو را باسومی واین حاصل جمع را با چهارمی جمع مینمائیم وعمل را آنقدر ادامه میدهیم تاحاصل جمع همه عدد ها بدست آید -

مثال ـ در سه جعبه بترتیب ۸ و ۵ و ۳ مداد است اگر مدادهای جعبه دوم را یك یك درجعبه اول قرار دهیم پس از تمام شدن مدادهای جعبه دویم درجعبه اول ۱۳ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۸ مداد خواهد بود حال اگر مدادهای جعبه سوم را نیز در جعبه اول بگذاریم پس از تمام شدن مدادهای جعبه سوم درجعبه اول ۱۶ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱۳ مداد میباشدپس گوئیم مجموع یاحاصل جمع عدد های ۸ و ۵ و ۳ عدد ۱۶ است و آنرا چنین نمایش میدهیم ۱۶ = ۳ + ۵ + ۸

۳۴ ـ اصل ۱ ـ (۱) اگر ترتیب اعدادی را که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم تغییر دهیم در حاصل تغییری روی نمیدهد

مثال ـ ۲۱ = ۳ + ۷ + ۲ + ۹ و نیز ۲۱ = ۹ + ۷ + ۳ + ۲

۳۵ ـ اصل ۲ ـ اگر دریك عمل جمع بجای چندین عدد مجموع آنها را قرار دهیم در حاصل جمع تغییری روی نمیدهد

مثال ـ ۲۴ = ۲ + ۳ + ۶ + ۵ + ۸ و نیز ۲۴ = ۵ + ۱۹ = (۲ + ۳) + (۶ + ۵ + ۸)

۳۶ ـ اصل ۳ ـ برای اینکه عددی را بمجموع چند عدد بیفزائیم کافیست آنرا بیکی از این عددها اضافه نمائیم

مثال ـ ۲۴ = ۲۰ + ۴ = ۴ + (۹ + ۳ + ۲ + ۶) و نیز

۲۴ = ۹ + ۳ + ۶ + ۶ = ۹ + ۳ + (۴ + ۲) + ۶

۳۷ ـ اصل ۴ ـ اگر هریك از عددهائی را که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم چندبار بزرگ یا کوچك کنیم حاصل جمع هم همانقدر بزرگ یا کوچك میگردد

---

(۱) دانستن مطالبی که بعنوان اصل گفته میشود برای دانش آموزان لازم است و اثبات آنها بعدا در جبر ومقابله وحساب استدلالی گفته خواهد شد .

مثال - ۳+۵+۶=۱۴ و ۶+۸+۴×۲=۲۰

(۳×۲)+(۵×۲)+(۶×۲)=۶+۱۰+۱۲=۲۸=۱۴×۲

(۶:۲)+(۸:۲)+(۴:۲)+(۲:۲)=۳+۴+۲+۱=۱۰=۲۰:۲

برای آنکه دانش آموزان بخوبی بمعنای جمع پی ببرند مثال زیرین را ذکر میکنیم -

مثال - در سه خیابان شهرستان سیم برق کشیده‌اند درازای سیم برق در اولی ۳ کیلومتر و ۲ هکتو متر و ۸ دکامتر و ۵ متر ودر دومی ۱ کیلو متر و ۷ دکامتر و ۶ متر و در سومی ۷ هکتومتر و۳ دکامتر ۹ متر میخواهیم بدانیم درین سه خیابان چقدر سیم بکار رفته است -

برای تعیین درازی همه سیمها بهتر است اول کیلومتر ها را باهم و هکتومتر ها را با هم و دکامتر ها را نیز باهم و متر ها را باهم جمع کرده سپس حاصل جمع را به متر تحویل کنیم - پس گوئیم درازی سیم برق عبارتست از (کیلومتر ۴ = ۱ + ۳)و(هکتومتر ۹ = ۷ + ۲) و (دکامتر ۱۸ = ۳ + ۷ + ۸)و(متر ۲۰ = ۹ + ۶ + ۵) میباشد یعنی ۴ کیلومتر و ۹ هکتومتر و ۱۸ دکامتر و ۲۰ متر ولی چون متر ۴۰۰۰=۴ کیلو متر و متر ۹۰۰=۹ هکتو متر و متر ۱۸۰=۱۸ دکامتر پس درازی سیم ها برابر متر ۵۱۰۰ =۲۰+۱۸۰+۹۰۰+۴۰۰۰ یعنی ۵ کیلو متر و یك هکتومتر خواهد بود

۲۸ - قاعده - برای جمع شدن چند عدد دو حالت تشخیص میدهیم:

حالت نخست - هرگاه عدد هائی را که میخواهیم جمع کنیم همه دارای یك پیکر یابعبارت دیگر همه از مرتبه یکان باشند آنها رازیر یکدیگر در یك ستون نوشته و بترتیبی که گفته شد آنها را با هم جمع میکنیم یعنی عدد نخستین را با عدد دوم و حاصل را با سومی و .... جمع میکنیم تا اینکه حاصل جمع همه عدد ها بدست آید.

مثال - میخواهیم عدد های ۵ و ۷ و ۶ و ۹ و ۲ را باهم

جمع کنیم طرز عمل چنین است :

حاصل جمع مساویست با ۲۹

$$\begin{array}{r} +5 \\ 7 \\ 6 \\ 9 \\ 2 \\ \hline 29 \end{array}$$

اگر عدد هائی که میخواهیم جمع کنیم همه از یك مرتبه باشند طرز عمل باز بهمین قرار است و مرتبه حاصل جمع عبارت خواهد بود از مرتبه مشترك آن عدد ها -

حالت ۳ - از آنچه گفته شد چنین بر می آید که برای جمع چندین عدد چند پیکری باید یکان هر مرتبه را با هم جمع نموده و بعد حاصل را مرتب کرد -

مثال - میخواهیم سه عدد ۷۰۶۲ و ۵۶۰۸ و ۴۷۵۹ را با هم جمع کنیم طرز عمل چنین است :

یکه	دهه	صده	هزار	عدد ها
۲	۶	۰	۷	۷۰۶۲
۸	۰	۶	۵	۵۶۰۸
۹	۵	۷	۴	۴۷۵۹
۱۹	۱۱	۱۳	۱۶	مجموع

مجموع این سه عدد دارای ۱۹ یکه و ۱۱ دهه و ۱۳ صده و ۱۶ هزار است اما ۱۹ یکه برابر ۹ یکه و یك دهه میباشد پس عدد مفروض دارای ۹ یکه و ۱۲ = ۱ + ۱۱ دهه است و چون ۱۲ دهه برابر ۲ دهه و یك صده میباشد حاصل جمع دارای ۹ یکه و ۲ دهه و ۱۴ = ۱ + ۱۳ صده میباشد ولی ۱۴ صده برابر ۴ صده و ۱ هزار است پس حاصل جمع دارای ۹ یکه و ۲ دهه و ۴ صده و ۱۷ = ۱ + ۱۱ هزار خواهد بود بنا براین :

۱۷٤۲۹ = ۹ + ۲۰ + ٤۰۰ + ۱۷۰۰۰ = ٤۷۵۹ + ۵۶۰۸ + ۷۰۶۲ وحاصل جمع سه عدد مفروض بدست میآمد .

۲۹ - طرز عمل - چنانکه از این مثال برمیاید برای جمع چندین عدد آنها را بطوری زیر یکدیگر مینویسیم که یکانهای مرتبه های مختلف زیر یکدیگر قرار گیرند - خطی افقی در زیر آنها میکشیم سپس ازسمت راست شروع نموده یکانهای مرتبه نخست را با هم جمع میکنیم - اگراین حاصل از ۹ تجاوز ننمود خود آن عدد را درزیر خط افقی مینویسیم و اگر حاصل جمع یکانها از ۹ بیشتر بود یکان حاصل جمع رانوشته‌ودهگان آنرا با دهگان اعداد جمع کردنی میافزائیم و بهمین طریق عمل را ادامه میدهیم تا همه مرتبه ها جمع شوند .

۳۰ - جمع های طویل - هرگاه عدهٔ زیادی عددهارا بخواهیم باهم جمع کنیم برای آسانی وجلوگیری از اشتباه بهتراست آنها را بچند دسته‌قسمت کرده عمل جمع را در هر دسته جداگانه انجام داده و حاصل جمع های جزو رابا یکدیگر جمع مینمائیم - میتوان بطریق دیگر نیز جمعهای‌طویل را انجام داد که ضمن جمع هر ستون وقتی حاصل جمع از ۲۰ یا ۵۰ متجاوز شد نقطهٔ در کنار آن عدد گذارده اضافه حاصل جمع بر ۲۰ یا ۵۰ را با عدد های دیگر جمع نمود و عمل را ادامه میدهیم - پس از اتمام عمل جمع درآن ستون البته باید باندازهٔ شماره نقطه ها ۲۰ یا ۵۰ بمجموعی که بدست آمده افزوده و بعد از نوشتن یکان آن مرتبه بقیه را بستون بعد اضافه کرد .

مثال ۲   ۱۳ (۶ + ۲) = ۷ ۲   ۱۳ − ۶ = ۷

وچنانکه دیده میشود ۱۳ − (۶ + ۲) = ۱۳ − ۸ = ۵ = ۷ − ۲

و یا   ۱۷ (۸ ۳) = ۹ + ۳   ۱۷ − ۸ = ۹

وچنانکه دیده میشود ۱۷ − (۸ ۳) = ۱۷ − ۵ = ۱۲ = ۹ + ۳

۳۵ - **اصل ۳** - اگر در تفریقی بر عدد بزرگتر و کوچکتر عدد معینی اضافه یا از آنها عدد معینی را کم کنیم در مانده تغییری روی نمیدهد.

مثال ۹ = (۱۵ + ۴) − (۶ + ۴)   ۱۵ − ۶ = ۹

وچنانکه دیده میشود ۹ = ۱۰ − ۱۹ = (۶ + ۴) − (۱۵ + ۴)

وهمچنین ۱۱ = (۱۸ ۳) − (۷ − ۳)   ۱۸ − ۷ = ۱۱

وچنانکه دیده میشود ۱۱ = ۴ − ۱۵ = (۷ − ۳) − (۱۸ − ۳)

۳۶ - **اصل ۵** - برای اینکه حاصل جمع چند عدد را از یك عدد تفریق کنیم کافی است هریك از آن عدد ها را بترتیب از آن عدد کم کنیم.

مثال = ۲۷ − (۳ + ۲ + ۹) = ۲۷ − ۳ − ۲ − ۹ = ۲۴ − ۲ − ۹ =

۲۲ − ۹ = ۱۳

وچنانکه دیده میشود ۱۳ = ۱۴ − ۲۷ = (۳ + ۲ + ۹) − ۲۷

۳۷ - **اصل ۵** - برای اینکه ماندهٔ دوعدد رابرعدد دیگربیفزائیم کافیست عدد بزرگتر رابر آن عدد افزوده وعدد کوچکتر را از حاصل کم کنیم.

مثال - ۲۵ + (۸ − ۳) = ۲۵ + ۸ − ۳ = ۳۳ − ۳ = ۳۰

وچنانکه دیده میشود ۲۵ + (۸ − ۳) = ۲۵ + ۵ = ۳۰

۳۸ - **اصل ۶** - برای اینکه ماندهٔدوعددرا ازدیگری کم کنیم

کیلو گرم	تن	کیلو گرم	تن	
١٢٧٣	٤	٢٧٣	٥	داشته
٧٦٨	٣	٧٦٨	٣	فروخته
٥٠٥	١			مانده

چنانکه دیده میشودماندهٔ این تفریق یعنی مقدار جوی که برای علاف مانده یك تن و پانصد وپنج کیلو گرم است

٣٩ - عمل تفریق - برای تفریق کردن عددی از عدد دیگر دو حالت تشخیص میدهیم:

٤٠ - حالت ١ - اگر عدد کوچکتر یك پیکری است آن رادر صورت امکان از پیکر یکان عدد بزرگتر کم میکنیم حاصل پیکر یکان مانده‌است ــ سایر مرتبه‌های عدد بزرگتر بهمان صورت در مانده نوشته می شود ــ

اگرعدد یك پیکری ما ازپیکر یکان عدد بزرگتر بزرگترباشد یك دهه ازعدد بزرگتررا ازجنس یکان کرده بریکان عدد بزرگتر میفزائیم تا تفریق ممکن گردد:

مثال ١ - میخواهیم عدد ٦ را از عدد ١٢٥٩ کم کنیم ــ طرز عمل چنین است:

١٢٥٩ــ

٦

______

١٢٦٣ مانده

مثال ٢ - میخواهیم عدد ٩ را از عدد ٣٧٢ تفریق کنیم ــ طرز عمل چنین است:

مانده برابر ۳۳۶۲۵۲ میباشد

۴۳ - قاعده - از آنچه تا بحال گفته شده چنین بر میآید که بطور خلاصه برای تفریق کردن عددی از عدد بزرگتر لازمست عدد کوچکتر را زیر عدد بزرگتر بطوری بنویسیم که یکان مرتبه‌های مختلف زیر یکدیگر قرار گیرند — سپس خطی افقی زیر آنها کشیده از سمت راست شروع بعمل میکنیم - هرگاه بتوان هر پیکر عدد کوچکتر را ازپیکر نظیرش درعدد بزرگتر کم نموداین عمل را انجام داده پیکرهائیرا که بدین طریق بدست میآیند بترتیب در زیر خط افقی مینویسیم مانده بدست میآید ولی اگر پیکری از عدد کوچکتر از پیکر همان مرتبه در عدد بزرگتر بزرگتربود یك یکه از مرتبهٔ بالاتر عدد بزرگتررا از جنس این مرتبه میکنیم تاتفریق ممکن گردد این‌عمل را میتوان بطریق دیگر نیزتعبیر نمود:

مثال - میخواهیم عدد ۲۹ را از عدد ۵۳ تفریق کنیم — بنابر اصل ۳ اگر عدد معینی را بر هریك از این دو عدد بیفزائیم در مانده تغییری حاصل نمیشود پس ۱۰ یکه بهر یك از دو عدد اضافه میکنیم یعنی یك دهه بعدد کوچکتر و ده یکه بعدد بزرگتر میفزائیم — دراین صورت پیکر یکان عدد بزرگتر ۱۳ وپیکر دهگان عدد کوچکتر ۳ میگردد و تفریق ممکن میشود — صورت عمل چنین است :

یکان	دهگان
۳	۵
۹	۲
۱۳	۵
۹	۳
٤	۲ مانده

چنانکه دیده میشود مانده برابر ٢٤ است

۴۳ - تفریق بصورت جمع - بجای آنکه هر یك از پیکر های عدد کوچکتر را از پیکر همان مرتبه در عدد بزرگتر کم کنیم میتوان عددی را درذهن پیدا کرد که چون بر پیکر مفروض عدد کوچکتر افزوده شود پیکر عدد بزرگتر حاصل گردد:

مثال - میخواهیم ١٩٣ را از ٦٤٧ کم کنیم صورت عمل چنین است :

٦٤٧ -
١٩٣
―――――
٤٥٤ مانده

گوئیم ٣ و ٤ میشود ٧ و ٤ را زیر خط افقی مینویسیم — بعد میگوئیم ٥ و ٩ میشود ١٤ و ٥ را زیر خط افقی مینویسیم سپس گوئیم ١ و ١ میشود ٢ وچون ٢ و ٤ میشود ٦ عدد ٤ را زیر خط افقی مینویسیم — مانده میشود ٤٥٤

۴۴ - امتحان عمل تفریق - از قاعدهٔ اخیری که برای تفریق گفته شد و از روی سومین تعریف تفریق میتوان چنین نتیجه گرفت که برای امتحان عمل تفریق کافی است مانده را با عدد کوچکتر جمع کنیم حاصل جمع باید برابر عدد بزرگتر گردد — میتوان نیز مانده را از عدد بزرگتر کم کرد — ماندهٔ این تفریق جدید باید برابر عدد کوچکتر گردد.

مثال - میخواهیم بدانیم که این عمل تفریق درست است یا نه:

٣٠٤٦ -
١٣٠٩
―――――
١٧٣٧ مانده

مانده را باعدد کوچکتر جمع میکنیم میشود:

+ ۱۳۰۹	عدد کوچکتر
۷۳۷	مانده
۲۰۴۶	عدد بزرگتر

یا اینکه مانده را از عدد بزرگتر کم کنیم‌میشود:

۲۰۴۶	عدد بزرگتر
۷۳۷	مانده
۱۳۰۹	عدد کوچکتر

پس عمل مادرست بوده است.

مسئله های جمع و تفریق

مسئلهٔ ۱۳ - (**نمونه**) - اگر از مجموع دو عدد مانده آنها را کم کنیم میخواهیم بدانیم مانده چقدر است؟

حل - میدانیم ماندهٔ دوعدد برابر زیادتی عدد بزرگتر است بر عددکوچکتر بنا براین اگر ماندهٔ دو عدد را از مجموع آنها کم کنیم مثل این است که زیادی‌عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر ازحاصل جمع کم کرده باشیم - پس واضح است که ماندهٔ اخیر مساوی دو برابر عدد کوچکتر خواهد بود .

مسئلهٔ ۱۳ - اگر مانده دو عدد را بر مجموع آنها بیفزائیم حاصل چقدر میشود (دوبرابر عدد بزرگتر).

مسئلهٔ ۱۴ - مجموع دوعدد ۵۳ وماندهٔ آنها۱۷ است آن دو عدد را بیابید (۳۵و۱۸).

مسئلهٔ ۱۵ - مجموع دوعدد جفت پیاپی ۵۴ است آن عدد رابیابید (۲۶و۲۸)

مسئلهٔ ۱۶ - مجموع دوعدد فرد پیاپی ۲۸ است آن عدد را بیابید (۱۳و۱۵)

احضار شده ومیدانیم اگر ۷ ماه دیرتر متولد میشد درفروردین ۱۳۱۹ برای خدمت احضار میشد ـ مطلوبست سال و ماه تولد او (شهریور ماه ۱۲۹۸)

مسئله ۴۱ ـ شخصی درآخر اسفند ماه ۱۳۱۷ ؛ خدمت زیر پرچم خود را بپایان رسانده میخواهم بدانیم برادر او که ٤ سال و ۹ ماه از او کوچکتر است درچه تاریخی برای خدمت زیر پرچم احضار میشود.

مسئله ۴۲ ـ پدری درآبانماه ۱۲۸۷ متولد شده ودرموقع مقرر خدمت زیر پرچم‌خود را انجام داده و ١٤ ماه پس ازخاتمه آن دارای یك پسر وسه سال ۷ماه پس از تولد پسر اولش دارای پسر دیگری شده معین کنید :

۱ ـ پدر درچه تاریخی خدمت زیر پرچم خود را شروع و درچه تاریخی آنرا بپایان رسانده .

۲ ـ موقعیکه‌پسر بزرگتر بخدمت احضارمیشودسن پدر وهریك از دوپسر بسال و ماه چقدر بوده و در این موقع پدر درکدام یك از مراحل خدمت سربازی میباشد

۳ ـ موقعیکه پسر کوچکتر بخدمت احضار میگردد سن پدر وهریك از دوپسر بسال و ماه چقدر است.

٤ ـ شش سال پیش از آنکه پسر اول دورهٔ ذخیره خود را بپایان رساند سن پدر و هریك از دو پسر بسال وماه چقدر بوده وپدر وبرادرش درچه مرحله‌هائی ازخدمت سربازی خود میباشند .

۳ - ضرب

۴۵ - تعریف - مقصود از ضرب دو عدد در یکدیگر که یکی را مضروب و دیگری را مضروب فیه گویند بدست آوردن عددی است بنام حاصل ضرب که شامل آنقدر دفعه مضروب فیه است که در مضروب یکه یافت میشود ــ مضروب ومضروب فیه را دو سازه عمل ضرب نیز خوانند

مثال - بهای یك جلد کتاب ۵ ریال است میخواهیم بدانیم ۴ جلد این کتاب چقدر میارزد ــ واضح است که قیمت چهار جلد کتاب مساویست با :

ریال

۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۲۰

یعنی ۴ بار ۵ ریال و چنانکه دیده میشود در ۲۰ ریال آنقدر بار ۵ ریال یافت میشود که در عدد ۴ یکه موجود است یعنی ۴ بار

پس می بینیم که ضرب حالت خاصی است از جمع که در آن تمام عددهائیرا که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم برابر میباشند ـ

عددی را که تکرار میشود مضروب فیه وشماره دفعاتی را که این عدد تکرار میشود مضروب خوانیم

۴۶ - علامت ضرب - علامت ضرب (×) است و (ضرب در) خوانده میشود.

۴۷ - اصل ۱ - هر گاه جای مضروب و مضروب فیه را تغییر دهیم درحاصل ضرب تغییری روی نمیدهد یعنی مثلاً ۷ × ۴ = ۴ × ۷

چنانکه دیده میشود جدول زیرین دارای ۷ ستون و ٤ سطر است
شماره یك هائی که در جدول گذارده شده برابر حاصل ضرب دو عدد

۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

۷ و ٤ میباشد ـ اگر سطرهای این جدول را درنظر گیریم میبینیم
عدد ۷ چهار بارتکرار شده یعنی ۲۸ = ٤ × ۷ و اگر ستونهای آن را
درنظر گیریم می بینیم عدد ٤ هفت بار تکرار گشته یعنی ۲۸ = ۷ × ٤

نتیجه ـ اگر در ضرب چندین عدد جای این عدد ها را تغییر
دهیم در حاصل ضرب تغییری حاصل نمیگردد.

۴۸ - اصل ۴ - هرگاه مضروب یا مضروب فیه را در عددی
ضرب یا بر عددی تقسیم نمائیم حاصل ضرب درآن عدد ضرب یا برآن
عدد تقسیم میگردد

مثال ۱ - ۸٤ = ۲ × ٤۲ = ٦ × (۲ × ۷)　　٤۲ = ٦ × ۷

وچنانکه دیده میشود　　۸٤ = ٦ × ۱٤ = ٦ × (۲ × ۷)

مثال ۲ - ۲۰ = ۳ : ٦۰ = ٥ × (۳ : ۱۲)　　٦۰ = ٥ × ۱۲

وچنانکه دیده میشود ۲۰ = ٥ × ٤ = ٥ × (۳ : ۱۲)

نتیجه ـ اگر یکی از دو سازه ضرب را چندین بار بزرگ و
دیگری را همانقدر بار کوچك نمائیم در حاصل ضرب تغییری حاصل
نمی گردد.

مثال -

(۴ + ۷ + ۳) × (۸ + ۵) =

(۴ + ۷ + ۳) × ۸ + (۴ + ۷ + ۳) × ۵ =

۴ × ۸ + ۷ × ۸ + ۳ × ۸ + ۴ × ۵ + ۷ × ۵ + ۳ × ۵ =

۳۲ + ۵۶ + ۲۴ + ۲۰ + ۳۵ + ۱۵ = ۱۸۲

وچنانکه دیده میشود (۴ + ۷ + ۳) × (۸ + ۵) = ۱۴ × ۱۳ = ۱۸۲

۵۱ - عمل ضرب - برای ضرب دو عدد [illegible]
می شود:

۵۲ - حالت ۱ - ضرب عدد یك پیکری در عدد [illegible]

باید همیشه حاصل ضرب دو عدد یك پیکری را [illegible]
جدول ضرب معروف فیثاغورث که [illegible]
نمایش میدهیم نیز میتوان حاصل ضرب چنین [illegible]

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۴								
۳	۶	۹							
۴	۸	۱۲	۱۶						
۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵					
۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶				
۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹			
۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴		
۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	
۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

۵۳ - حالت ۲ - ضرب عدد یك پیکری در عدد چند پیکری

مثال - میخواهیم عدد ٧ را در ٤٣٨٥ ضرب کنیم - چنانکه میدانیم:

یکه ده صده هزار

٤٣٨٥ = ٤٠٠٠ + ٣٠٠ + ٨٠ + ٥ = ٤ + ٣ + ٨ + ٥

چنانکه از اصل ٣ بر میآید کافیست ٧ را در هریک از عددهای ٤ هزار و سه صده و ٨ دهه و ٥ یکه ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کنیم - صورت عمل چنین است:

یکه دهه صده هزار

٤٣٨٥ × ٧ = (٤ × ٧) + (٣ × ٧) + (٨ × ٧) + (٥ × ٧)

یکه دهه صده هزار

٢٨ + ٢١ + ٥٦ + ٣٥

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب مراتب از ٣٥ یکه و ٥٦ دهه و ٢١ صده و ٢٨ هزار است ٣٥ یکه برابر ٥ یکه و سه دهه است پس حاصل ضرب دارای ٥ یکه و ٥٦ + ٣ = ٥٩ دهه یا ٩ دهه و ٥ صده میباشد همچنین ٢١ + ٥ = ٢٦ صده و چون ٢٦ صده برابر ٦ صده و ٢ هزار است پس حاصل ضرب دارای ٥ یکه و ٩ دهه و ٦ صده و ٢٨ + ٢ = ٣٠ هزار خواهد بود یعنی:

٤٣٨٥ × ٧ = ٣٠٦٩٥

این عمل را نیز میتوان بدین صورت نمایش داد:

یکه دهه صده هزار

٢٨ + ٢١ + ٥٦ + ٣٥ =

٢٨٠٠٠ + ٢١٠٠ + ٥٦٠ + ٣٥ = + ٣٠٦٩٥

٥٤ - قاعده - برای ضرب عدد یک رقمی در عدد چند رقمی

عدد یك پیکری را در زیر پیکر یکان عدد چند پیکری می نویسیم و خطی افقی درزیر آنها میکشیم سپس از طرف راست شروع بعمل نموده عدد یك پیکری رادرپیکر یکان عدد مفروض ضرب می نمائیم - اگر حاصل ضرب از ۹ تجاوز نمود خود آن را در زیر خط افقی مینویسیم وگرنه یکان را نوشته دهگان آن را در ذهن نگه میداریم - پیکری که بدین ترتیب در زیر خط افقی نوشته شده یکان حاصل ضرب است - بعد عدد یك پیکری مفروض را در پیکر دهگان عدد چند پیکری ضرب کرده حاصل را با دهه ای که درذهن نگه داشته ایم جمع میکنیم - چنانکه حاصل از ۹ تجاوز ننمود آن را در چپ پیکر یکان حاصل ضرب مینویسیم وگرنه دهگان آن را نوشته صدگان آن را درذهن نگه میداریم وعمل را بهمین ترتیب ادامه میدهیم تا عدد یك پیکری ما در تمام پیکر های عدد مفروض ضرب گردد

مثال - میخواهیم عدد ۳ را در ۸۷۲۵۲ ضرب کنیم - طرز عمل چنین است :

مضروب فیه	×۸۷۲۵۲
مضروب	۳
حاصل ضرب	۲۶۱۷۵۶

۵۵ - حالت ۳ - ضرب عدد چند پیکری در عدد چند پیکری

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۶۵ را در عدد ۳۴۸ ضرب کنیم - با استفاده از اصل ۳ میتوان ضرب این دو عدد را چنین تعبیر نمود

$$۳۴۸ \times ۶۵ = ۳۴۸ \times (۶۰ + ۵)$$

حال باید هر یك از دو عدد ۵ و ۶۰ را در عدد ۳۴۸ ضرب و حاصل ضربها را بایکدیگر جمع نمود.

٣٤٨×٦٥ = ٣٤٨×٦٠ + ٣٤٨×٥ =

دهه یکه

٣٤٨×٦ + ٣٤٨×٥

چنانکه می بینیم این عمل بحالت دوم ضرب راجع میشود یعنی باید ۵ یکه و ۶ دهه را در ۳۴۸ ضرب و حاصل ضربها را بعد جمع کرد صورت عمل چنین است :

دهه یکه دهه یکه

٣٤٨×٦ + ٣٤٨×٥ = ٢٠٨٨ + ١٧٤٠

٢٠٨٨٠ + ١٧٤٠ = ٢٢٦٢٠

خلاصهٔ عملهای بالا بدین صورت است :

```
  ۳۴۸
   ۶۵
─────
 ۱۷۴۰
۲۰۸۸۰
─────
۲۲۶۲۰
```

مثال ۳ - میخواهیم عدد ۲۵۶ را در عدد ۴۸۳ ضرب کنیم - صورت عمل چنین است :

```
   ۴۸۳        مضروب فیه
   ۲۵۶        مضروب
──────
  ۲۸۹۸
 ۲۴۱۵۰
 ۹۶۶۰۰
──────
۱۲۳۶۴۸        حاصل ضرب
```

حاصل ضرب هر یك از پیکر های مضروب را در مضروب فیه حاصل ضرب جزئی خوانیم - چنانکه دیده میشود درحاصل ضرب جزئی دوم میتوان از صفر سمت راست و در حاصل ضرب جزئی سوم از دو صفر سمت راست صرف نظر نمود بشرط آنکه در این حاصل ضربها مراعات مرتبه را بنمائیم یعنی چون ۵ دهه در ۴۸۳ ضرب میگردد حاصل ضرب برابر ۲۴۱۵ دهه میباشد یعنی پیکر ۵ از مرتبهٔ دهگان است وباید آن را درزیر دهگان حاصل ضرب جزء نخست که ۹ میباشد نوشت - بهمین ترتیب حاصل ضرب ۲ صده در ۴۸۳ برابر ۹۶۶ صده میباشد یعنی پیکر ۶ ازمرتبهٔ صدگان است وباید آن را زیر مرتبه های صدگان حاصل ضربهای جزء نخست و دوم یعنی ۸ و ۱ نوشت .

۵۹ - قاعده - برای ضرب عدد چند پیکری درعدد چند پیکری این دو عدد را زیر یکدیگر نوشته خطی افقی در زیر آنها میکشیم - سپس پیکر یکان مضروب را درمضروب فیه ضرب کرده این حاصل را زیر خط افقی مینویسیم - بعد پیکر دهگان مضروب را در مضروب فیه ضرب کرده باملاحظهٔ اینکه نخستین پیکر سمت راست این حاصل‌ضرب از مرتبهٔ دهگـان است آن را در زیر حاصل ضرب نخستین مینویسیم وعمل رابهمین ترتیب ادامه میدهیم تاتمام پیکرهای مضروب درمضروب فیه ضرب گردد .

سپس خط افقی دیگری در زیر این حاصلهای جزء کشیده آنها را باهم جمع وحاصل جمع را زیر این خط افقی مینویسیم - این حاصل عبارتست از حاصل ضرب منظور .

اگر یك یا چند پیکر مضروب صفر باشد از آن صفر ها صرف

نظر کرده پیکرهای بعدی مضروب را با رعایت مرتبهٔ آنها در مضروب فیه ضرب مینمائیم .

مثال - میخواهیم عدد ۲۰۶۴ را در ۴۵۷۹ ضرب کنیم - طرز عمل چنین است :

۴۵۷۹×
۲۰۶۴
۱۸۳۱۶
۲۷۴۷۴
۹۱۵۸
۹۴۵۱۰۵۶

تبصره ۱ - اگر در سمت راست مضروب یا مضروب فیه یا هردو یك یا چند صفر باشد از آن صفر ها صرف نظر نموده پس از انجام عمل ضرب بشمارهٔ صفر های مضروب و مضروب فیه در راست حاصل ضرب صفر قرار میدهیم

دانش آموزان باید بارعایت اصل ۲ این عمل را توجیه نمایند .

تبصره ۲ - اگر بخواهیم عددی را درعدد دیگر که پیکر سمت چپ آن یك وبقیه پیکر های آن صفر باشند ضرب کنیم کافیست بشمارهٔ صفرهای آن عدد صفر درسمت راست عدد مفروض قرار دهیم .

مثال - میخواهیم ۴۵۸ را در ۱۰۰ ضرب کنیم حاصل ضرب عبارت خواهد بود از ۴۵۸۰۰ بعبارة دیگر برای آنکه عددی را ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ..... برابر بزرگ کنیم کافیست یك یا دو یا سه یا ..... صفر در سمت راست آن قرار دهیم .

این قاعده را از روی قوانین شمار نیز میتوان استخراج نمود .

مسئله های ضرب

مسئله ۳۳ - (نمونه) - پس از ضرب دوعدد در یکدیگر مضروب را در ۲ و مضروب فیه را در ۳ ضرب کرده ایم حاصل ضرب جدید باندازهٔ ۵۶۷۰ بزرگتر از حاصل ضرب نخستین است — مطلوبست تعیین حاصل ضرب نخستین

حل - چون مضروب را در ۲ و مضروب فیه را در ۳ ضرب کرده ایم بنا بر اصل ۳ حاصل ضرب یکمرتبه ۲ برابر و سپس ۳ برابر شده - یعنی بالاخره ۶ برابر گشته است - بعبارهٔ دیگر پس از این عمل ۵ برابر حاصل ضرب اصلی بر آن افزوده گشته - از طرف دیگر میدانیم حاصل ضرب باندازهٔ ۵۶۷۰ زیاد شده پس این مقدار ۵ برابر حاصل ضرب اصلی میباشد و مقدار حاصل ضرب نخستین برابر است با ۱۱۳٤=۵۶۷۰:۵

مسئله ۳۴ - اگر هریك از دو سازه ضرب را ٤ برابر کنیم معین کنید چقدر بر حاصل ضرب افزوده میگردد (۱۵ برابر آن)

مسئله ۳۵ - عددی در ٤۲ ضرب شده — میدانیم حاصل ضرب باندازهٔ ۱۱۰۷ ازعدد مفروض بزرگتر است-آن عدد کدامست (جواب: ۲۷)

مسئله ۳۶ - (نمونه) مجموع دوعدد ۲۹ و حاصل ضربشان ۱۹۸ است - اگر از یکی از این دوعدد ۳ یکه کم کنیم حاصل ضرب ۱۶۵ می شود - این دو عدد را بیابید

حل - اگر از یکی از این دوعدد ۳ یکه کم کنیم حاصل ضرب باندازهٔ ۳ برابر عدد دیگر کم میشود - پس اختلاف بین دو حاصل ضرب یعنی ۳۳=۱۶۵ — ۱۹۸ ۳ برابر یکی از آن عدد هاست - پس این عدد ۱۱ = ۳ : ۳۳ میباشد و چون مجموع آنها ۲۹ است عدد دیگر ۱۸ = ۱۱ — ۲۹ خواهد بود .

مسئله ۳۷ - تفاضل دو عدد ۹ و حاصل ضرب آنها ۳۲۲ است - اگر ۲ یکه بر یکی از این دو عدد بیفزائیم حاصل ضرب ۲۵۰ میگردد - این دو عدد کدامند (جواب : ۱٤ و ۲۳)

مسئله ۲۸ - حاصل ضرب دو عدد ۲۳۴ است اگر ۲ یکه بیکی از این دوعدد اضافه‌کنیم حاصل ضرب ۲۶۰ میگردد - آن دوعدد را بیابید (جواب ۱۸ و ۱۳)

مسئله ۲۹ - با انجام یك عمل ضرب تفاضل بین دو حاصل ضرب ۸۳۶×۱۷ و ۸۳۶×۴۳ را بیابید (جواب ۸۳۶×۲۶)

مسئله ۳۰ - بجای اینکه ۱۸۷ را در ۲۹۱ ضرب کنیم اشتباهاً ۸۱۷ را در ۲۹۱ ضرب نموده ایم - میخواهیم مقدار اشتباهی را که در حاصل ضرب روی داده بیابیم (جواب ۲۹۱×۶۳۰)

مسئله ۳۱ - دو عدد ۷ و ۱۵ را دریکدیگر ضرب کرده‌ایم میخواهیم بکمك یك شکل تعیین کنیم اگر ۳ یکه بر ۷ اضافه (یا از آن کم) و ۲ یکه بر ۱۵ اضافه (یا از آن کم) کنیم در حاصل ضرب چه تغییری روی میدهد (برای حل این مسئله دانش آموزان باید کاغذ چهارخانه بکار برند)

مسئله ۳۲ - عددی ۳ برابر عدد دیگر است - چون بهر یك از این دو عدد ۵ یکه اضافه کنیم حاصل ضرب این دو عدد باندازهٔ ۲۰۵ بیشتر از حاصل ضرب دو عدد نخستین است - این دوعدد را بیابید (جواب ۹ و ۲۷)

٤ - تقسیم

۵۷ - تعریف - مقصود از تقسیم عددی بنام مقسوم بر عدد دیگر موسوم به مقسوم علیه یافتن بزرگترین عددی است بنام خارج قسمت که چون آن را در مقسوم علیه ضرب کنیم حاصل ضرب از مقسوم بزرگتر نباشد یعنی کوچکتر یا برابر آن گردد . اگر این حاصل ضرب کوچکتر از مقسوم شد زیادتی مقسوم را بر این حاصل ضرب ماندهٔ تقسیم گویند .

میتوان بطریق دیگر نیز تقسیم راتعریف نمود : مقصود از تقسیم مقسوم برمقسوم علیه یافتن عده دفعه هائی است که مقسوم علیه درمقسوم می گنجد و این عده دفعه ها را خارج قسمت گویند واز اینجا واضح میشود که آنچه ازمقسوم پس از این عمل باقی میماند همواره کوچکتر از مقسوم علیه است .

میتوان بازتعریف دیگری برای عمل تقسیم نمود : هرگاه حاصل ضرب دو عدد و یکی از آن دو عدد معلوم باشد مقصود از تقسیم یافتن عدد دیگر است - در این حال همواره مانده برابر صفر است .

مثال - میخواهیم عدد ۵۲ را بر ۸ قسمت کنیم - اگر یك بار ۸ را از ۵۲ کم کنیم ٤٤ باقی میماند - اگر بار دیگر ۸را از ٤٤ کم کنیم ماندهٔ ۳٦ میشود پس از آنکه ٦ بار این کار را تکرار کردیم جزئی از ۵۲ که باقی‌میماند برابر ٤ یعنی کوچکتر از۸ است پس دیگر نمیتوان ۸ را از این جزء کم نمود .

دراینجا مقسوم ۵۲ و مقسوم علیه ۸ و خارج قسمت ۶ و مانده ۴ است .

نیز میتوان گفت بزرگترین عددی را که میتوان در ۸ ضرب نمود تا حاصل ضرب از ۵۲ تجاوز ننماید ۶ است زیرا

۶ × ۸ = ۴۸ و ۵۲ − ۴۸ = ۴

ازاین مثال دیده میشود که رابطهٔ را که بین مقسوم ومقسوم علیه و خارج قسمت و مانده موجود است میتوان با این تساوی نمایش داد

مقسوم = مقسوم علیه × خارج قسمت + مانده

۵۲ = ۸ × ۶ + ۴

۵۸ - علامتهای تقسیم - علامت تقسیم یکی (:) است که مقسوم در چپ آن ومقسوم علیه در راست آن نوشته میشود ـ دیگری خطی است افقی که مقسوم در بالا و مقسوم علیه در زیر آن نوشته میشود

تبصره - اگر ماندهٔ تقسیم صفر باشد مقسوم برابر حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت است و گوئیم مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت است ـ در این حالت مقسوم را مضربی است از مقسوم علیه نیز خوانند و باز میتوان گفت مقسوم علیه مقسوم را عدد میشمارد .

۵۹ - اصل ۱ - هرگاه بخواهیم مجموع چندین عدد را که هر یک مضرب عدد مفروضی میباشند بر آن عدد قسمت کنیم کافیست هر یک ازاین عدد ها را جدا گانه برعدد مفروض قسمت کرده خارج قسمتها را با هم جمع کنیم

مثال : (۲۴ + ۱۸ + ۹۳) : ۳ = (۲۴ : ۳) + (۱۸ : ۳) + (۹۳ : ۳)

۸ + ۶ + ۳۱ = ۴۵

و چنانچه دیده میشود ۴۵ = ۳ : (۱۳۵) = ۳ : (۲۴ + ۱۸ + ۹۳)

این اصل را میتوان بدین طریق عمومیت داد

هرگاه بخواهیم مجموع چندین عدد را برعدد دیگری تقسیم نمائیم کافیست عدد نخستین را بر عدد مفروض قسمت کرده ماندهٔ این تقسیم‌را با عدد دوم جمع و این‌حاصل جمع را بر عدد مفروض قسمت و بازمانده این تقسیم را با عدد سوم جمع کرده این‌حاصل جمع را بر عدد مفروض قسمت کنیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا عمل تمام شود - خارج قسمت عبارت خواهد بود از مجموع خارج قسمتهای جزء و مانده برابر آخرین مانده میباشد

مثال - میخواهیم مجموع ٢٠ + ١٨ + ١٣ + ٤٧ + ٥٣ را بر ٤ قسمت کنیم - طرز عمل چنین است

٥٣ = ٤ × ١٣ + ١   ٤٧ + ١ = ٤٨ = ٤ × ١٢ + ٠

١٣ + ٠ = ١٣ = ٤ × ٣ + ١   ١٨ + ١ = ١٩ = ٤ × ٤ + ٣

٢٠ + ٣ = ٢٣ = ٤ × ٥ + ٣

خارج قسمت عبارتست از مجموع خارج قسمتهای جزء یعنی ٣٧ = ٥ + ٤ + ٣ + ١٢ + ١٣ ومانده تقسیم مفروض برابر آخرین مانده یعنی ٣ میباشد - و چنانکه دیده میشود

(٥٣ + ٤٧ + ١٣ + ١٨ + ٢٠) : ٤ = ١٥١ : ٤ = ٤ × ٣٧ + ٣

٦٠ - **اصل ٣** - برای تقسیم ماندهٔ دو مضرب یك عدد بر این عدد کافیست هریك از آن دوعدد را بر عدد مفروض قسمت‌کرده خارج قسمتها را از هم کم کنیم

مثال - میخواهیم مانده تفریق ٥٦ - ٨٤ را بر ٧ قسمت کنیم چنین داریم

(٨٤ - ٥٦) : ٧ = (٨٤ : ٧) - (٥٦ : ٧) = ١٢ - ٨ = ٤

وچنانکه دیده میشود ٤ = ٢٨:٧ = ٧:(٥٦ : ٤ ٨)

٦١ - اصل ٣ - اگر مقسوم ومقسوم علیه را در عددی ضرب و یابر عددی قسمت کنیم در خارج قسمت تغییری حاصل نمیشود ولی مانده درآن عدد ضرب ویا برآن تقسیم میگردد

مثال ١ - در تقسیم ٤٧ بر ٥ چنین داریم ٤٧ = ٥ × ٩ + ٢
مقسوم ومقسوم علیه را در ٣ ضرب می کنیم ٤٧ × ٣ = ٩ × (٥ × ٣) + ٢ × ٣ = ٩ × ١٥ + ٦

وچنانکه دیده میشود ٦ + ٩ × ١٥ = ١٤١ = ٤٧ × ٣

مثال ٢ - در تقسیم ٥٢ بر ٨ ٤ + ٦ × ٨ = ٥٢

حال مقسوم ومقسوم علیه رابر ٤ قسمت میکنیم ١ + ٦ × ٢ = ٤ : ٤ + ٦ × (٤ : ٨) = ٤ : ٥٢

وچنانکه دیده میشود ١ + ٦ × ٢ = ١٣ = ٤ : ٥٢

٦٢ - عمل تقسیم - در تقسیم ٣ حالت تشخیص میدهیم

٦٣ - حالت ١ - مقسوم علیه و خارج قسمت هر یک دارای یک پیکر میباشند - دراین صورت واضح است مقسوم بیش از دو پیکر نخواهد داشت زیرا حاصل ضرب دو عدد یک پیکری عددی است یک پیکری یا دو پیکری - دراین حالت برای یافتن خارج قسمت از روی جدول ضرب بزرگترین عددی رامی یابیم که چون درمقسوم علیه ضرب شود حاصل از مقسوم بزرگتر نباشد - زیادتی مقسوم را بر این حاصل ضرب مانده تقسیم گویند

مثال ٣ - میخواهیم ٥٩ را بر ٨ قسمت کنیم - می بینیم که اگر ٧ را در ٨ ضرب کنیم حاصل ٥٦ میگردد و ٧ بزرگترین عددی است که حاصل ضرب آن در ٨ از ٥٩ تجاوز نمیکند زیرا اگر عدد بعد از ٧ را که ٨ است در ٨ ضرب کنیم حاصل ٦٤ میشود که از ٥٩ بزرگتر

میباشد پس چنین داریم : $۵۹ = ۸ \times ۷ + ۳$ دراین رابطه ۵۹ مقسوم و ۸ مقسوم علیه و ۷ خارج قسمت و ۳ مانده تقسیم است .

دانش آموزان باید عادت کنند تقسیم حالت اول را فورا درذهن انجام داده خارج قسمت و مانده آن را بیابند

۶۴ - حالت ۲ - خارج قسمت دارای یك پیکر است - در این حالت واضح است که مقسوم از ۱۰ برابر مقسوم علیه کوچکتر است یعنی اگرصفری در راست مقسوم علیه بگذاریم ازمقسوم بزرگتر میشود - برای انجام عمل تقسیم ازراست مقسوم علیه آنقدر پیکرجدا میکنیم که یکی بیشتر در سمت چپ نماند - بعدبهمین شماره پیکر از راست مقسوم جدا کردهجزئی را کهدرچپ مقسوم ماندهبرپیکری که از چپ مقسومعلیه مانده تقسیم مینمائیم و خارج قسمتی را که بدین ترتیب بدست میآید امتحان میکنیم یعنی آنرا درمقسوم علیه ضرب میکنیم اگرحاصل برابر مقسوم یا از آن کوچکتر بود این عدد خارج قسمت میباشد - ولی اگر حاصل ضرب این عدد در مقسوم علیه از مقسوم بزرگتر شد یك یکهاز آن کم نموده وبازامتحان میکنیم - وعمل را آنقدر ادامه میدهیم تاخارج قسمت بدست آید

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۱۲۷۶ را بر ۳۱۵ قسمت کنیم - چون دو پیکر از سمت راست مقسوم علیه جدا کنیم پیکر ۳ در چپ باقی میماند حال اگر ۲ پیکر هم ازسمت راست مقسوم جدا کنیم عدد ۱۲را بر۳قسمت میکنیم میشود ٤ وعدد ٤را امتحان می‌کنیم میشود $۱۲۶۰ = ٤ \times ۳۱۵$ چون حاصل ضرب از ۱۲۷۶ بیشتر نشده خارج قسمت همان ٤ است و مانده تقسیم $۱۶ = ۱۲۶۰ - ۱۲۷۶$ است - صورت عمل چنین است :

۱۲۷۶ = ۳۱۵×٤+۱٦

ویا

مقسوم ۱۲۷٦	۳۱۵	مقسوم‌علیه
۱۲٦۰	٤	خارج‌قسمت
۱٦ مانده		

مثال ۳ - میخواهیم عدد ۱۹۱۲٦ را بر ۲۸۵۱ قسمت کنیم. اگر صفری در راست مقسوم علیه گذاریم از مقسوم بزرگتر میگردد پس حتماً خارج قسمت دارای یك پیکر میباشد اگر ۳ پیکر از سمت راست مقسوم علیه جدا کنیم پیکر ۲ درچپ باقی میماند و اگر بهمین شماره پیکر از راست مقسوم جدا کنیم در چپ ۱۹ باقی میماند وچون ۱۹ را بر۲ قسمت کنیم خارج قسمت ۹ میگردد واگر ۹ را در ۲۸۵۱ ضرب کنیم میشود ۲۸۵۱×۹=۲۵٦۵۹ این عدد ازمقسوم یعنی ۱۹۱۲٦ بزرگتر است پس یك یکه از ۹ کم کرده ۸ را در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود ۲۸۵۱×۸=۲۲۸۰۸ این بار نیز حاصل ضرب از مقسوم بزرگتر شد پس ناچار یك یکهٔ دیگر از آن کم کرده عدد ۷ را در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود ۲۸۵۱×۷=۱۹۹۵۷ این بار نیز حاصل ضرب ازمقسوم بزرگتر شد پس ناچار یك یکه دیگر از آن کم کرده عدد ٦ را در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود ۲۸۵۱×٦=۱۷۱۰٦ این بار حاصل ضربی که بدست آمده ازمقسوم کوچکتر است پس خارج قسمت ما ٦ خواهد بود. صورت عمل چنین است:

مقسوم ۱۹۱۲٦	۲۸۵۱	مقسوم‌علیه
۱۷۱۰٦	٦	خارج قسمت
۳۰۲۰ مانده		

٦۵ - حالت ۳ - تقسیم دو عدد وقتی که خارج قسمت بیش از

یك پیکر داشته باشد یعنی ده برابر مقسوم علیه کوچکتر ازمقسوم باشد

مثال - میخواهیم عدد ۸۲۷۹۳ را بر عدد ۵٤۸ قسمت کنیم ـ اول باندازهٔ پیکرهای مقسوم علیه ازسمت چپ مقسوم پیکر جدا میکنیم عدد۸۲۷ بدست میآید ـ حال با استفاده از اصل ۱ گوئیم مقسوم برابر است با

یکه دهه صده
۸۲۷۹۳ = ۸۲۷ + ۹ + ۳

پس برای تقسیم کردن این عدد بر ۵٤۸ کافیست اول ۸۲۷ صده را بر۵٤۸ قسمت کنیم این خارج قسمت نخستین پیکر سمت چپ یعنی پیکر صدگان خارج قسمت ما خواهد بود ومانده را با ۹ دهه جمع وباز بر۵٤۸ قسمت میکنیم ـ خارج قسمت پیکر دهگان خارج قسمت ما خواهد بود باز هم ماندهٔ این تقسیم را با۳ یکه جمع کرده بر ۵٤۸ قسمت میکنیم این خارج قسمت پیکر یکان خارج قسمت وماندهٔ این تقسیم ماندهٔ تقسیم اصلی میباشد ـ صورت عمل چنین است :

صده صده صده
۸۲۷ = ۵٤۸ × ۱ + ۲۷۹

دهه دهه دهه دهه دهه صده
۲۷۹ + ۹ = ۲۷۹۰ + ۹ = ۲۷۹۹

دهه دهه دهه
۲۷۹۹ = ۵٤۸ × ۵ + ۵۹

یکه یکه یکه یکه دهه
۵۹ + ۳ = ۵۹۰ + ۳ = ۵۹۳

یکه یکه یکه
۵۹۳ = ۵٤۸ × ۱ + ٤۵

یکه یکه دهه صده
خارج قسمت ما برابر ۱ + ۵ + ۱ = ۱۵۱

ومانده تقسیم برابر ٤۵ میباشد ـ این عمل تقسیم را بدین طریق نیز میتوان نمایش داد

مقسوم	۸۲۷۹۳	۵۴۸	مقسوم علیه
	۵۴۸	۱۵۱	خارج قسمت
	۲۷۹۹		
	۲۷۴۰		
	۵۹۳		
	۵۴۸		
	۴۵		مانده

۶۶- تبصره - اگر در ابتدای تقسیم موقعیکه باندازهٔ پیکر های مقسوم علیه از چپ مقسوم پیکر جدا میکنیم عددی که بدست میآید کوچکتر از مقسوم علیه باشد یك پیکر دیگر از سمت چپ مقسوم جدا کرده عمل تقسیم را بهمان ترتیب که گفته شد انجام میدهیم

۶۷ - تقسیم باختصار - در عمل تقسیم بجای آنکه پس از ضرب هر یك از پیکر های خارج قسمت درمقسوم علیه حاصل ضرب را زیر جزء نظیر مقسوم نوشته سپس عمل تفریق را انجام دهیم میتوان بدون نوشتن حاصل ضربهای جزء هر پیکر آن را که بدست میآید از پیکر نظیرش درمقسوم تفریق نموده مانده را نوشت - این قسم تقسیم را تقسیم باختصار گویند

مثال - میخواهیم همان تقسیم بالا را باختصار انجام دهیم صورت عمل چنین است :

۸۲۷۹۳	۵۴۸
۲۷۹۹	۱۵۱
۵۹۳	
۴۵	

۶۸ - قاعده - برای تقسیم دو عدد وقتی خارج قسمت بیش از یك پیکر دارد مقسوم را نوشته در راست آن خطی قائم

کشیده مقسوم علیه را در راست این خط مقابل مقسوم نوشته خطی افقی درزیر آن میکشیم - سپس ازسمت چپ مقسوم آنقدر پیکر جدامیکنیم که از مقسوم علیه بزرگتر واز ده برابر آن کوچکتر باشد این جزء را برمقسوم علیه قسمت کرده اولین پیکر سمت چپ خارج قسمت را بدست میآوریم وآن رازیرخط افقی مینویسیم بعد این پیکر را درمقسوم علیه ضرب نموده ازجزئی ازمقسوم که جدا نموده ایم کم میکنیم سپس یك پیکر دیگر ازمقسوم را در راست این مانده نقل کرده عددی را که بدین ترتیت بدست میآید باز بر مقسوم علیه قسمت میکنیم پیکر دوم خارج قسمت بدست میآید وآن را در راست پیکر اول مینویسیم - این پیکر را نیز در مقسوم علیه ضرب کرده از مقسوم جزء تفریق میکنیم وعمل را بدین ترتیب ادامه میدهیم تا تمام پیکر های مقسوم بکار روند - آخرین ماندهٔ که بدست میآید عبارتست از ماندهٔ تقسیم .

ممکن است وقتی یك یاچند پیکر مقسوم را پائین میآوریم تقسیم ممکن نگردد - در این حال بازای هر پیکری که پائین آورده تقسیم ممکن نشده صفری در خارج قسمت قرار میدهیم .

مثال - میخواهیم ۱۰۴۲۷۳۱ رابر۲۵۶ قسمت کنیم - صورت عمل چنین است :

۱۰۴۲٬۷۳۱	۲۵۶
۱۸۷۳	۴۰۷۳
۸۱۱	
۴۳	

۶۹ - امتحان تقسیم - ازآنچه گفته شد چنین بر میآید کهبرای امتحان تقسیم میتوان یکی ازدوعمل را انجام داد: نخست آنکه ماندهٔتقسیم را ازمقسوم کاسته وحاصل تفریق را بر خارج قسمتتقسیم میکنیم باید

خارج قسمت این تقسیم جدید برابر مقسوم علیه قدیم و مانده آن صفر باشد دوم اینکه خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل ضرب را با مانده جمع میکنیم حاصل جمع باید برابر مقسوم گردد

مثال - میخواهیم بدانیم آیا تقسیمی که در مثال بالا انجام داده ایم صحیح است یا نه - مقسوم را بر خارج قسمت تقسیم میکنیم چنین میشود:

١٠٤٢٧٣١ — ٤٣ = ١٠٤٢٦٨٨

١٠٤٢٦٨٨	٤٠٧٣
٢٢٨٠٨	٢٥٦
٢٤٤٣٨	
٠٠	

چنانکه می‌بینیم خارج قسمت جدید برابر مقسوم علیه قدیم و مانده جدید صفر است پس تقسیم صحیح بوده و نیز اگر مقسوم علیه را در خارج قسمت ضرب کنیم میشود

٤٠٧٣ × ٢٥٦ = ١٠٤٢٦٨٨

اکنون مانده را با حاصل ضرب جمع میکنیم مقسوم بدست میآید

١٠٤٢٦٨٨ + ٤٣ = ١٠٤٢٧٣١

پس عمل ما صحیح بوده است.

مسئله ها

مسئله ۳۳ - (نمونه) - ثابت کنید که اگر مقسوم علیه را به مقسوم افزوده و یا از آن کم کنیم بر خارج قسمت یک واحد اضافه یا از آن کم می شود ولی باقیمانده تغییری روی نمیدهد.

حل - میدانیم اگر مانده را از مقسوم کم کنیم حاصل برابر حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه میگردد یعنی خارج قسمت نشان میدهد مقسوم علیه چند بار صحیحاً در مقسوم میگنجد. حال اگر مقسوم علیه را بر مقسوم بیفزائیم بر عدهٔ دفعاتی

که مقسوم علیه در مقسوم میگنجد یك بار اضافه میگردد یعنی خارج قسمت یك یکه زیادتر میشود - بهمین ترتیب میتوان دید که اگر مقسوم علیه را از مقسوم کم کنیم و تفاضل را برمقسوم علیهقسمت کنیم خارج قسمت جدید یك یکه کمتر از خارج قسمت نخستین میگردد.

مثلا اگر ۷۳٤۲ رابر ۲۳٦ قسمت کنیم خارج قسمت۳۱و مانده ۱۵ است

۷۳٤۲=۲۳٦×۳۱+۱۵

حال مقسوم علیه را بر مقسوم افزوده باز عمل تقسیم را انجام میدهم چنین خواهیم داشت .

۷۳٤۲+۲۳٦=۷۵۷۸=۲۳٦×۳۲+۱۵

یك یکه بخارج قسمت افزوده شده و مانده تغییری نکرده - حال مقسوم علیه را از مقسوم کم کرده باز عمل تقسیم را انجام میدهم چنین خواهیم داشت :

۷۳٤۲ - ۲۳٦=۷۱۰٦=۲۳٦×۳۰+۱٤

از خارج قسمت یك یکه کم شده و در مانده تغییری روی نداده است .

مسئله ۳٤ - مجموع دو عدد ٦۱۵٦ وخارج قسمت آنها ۱۸ است آن عدد را بیابید (۵۸۳۲و۳۲٤)

مسئله ۳۵ - تفاضل دوعدد ۳۱۹۰ و خارج قسمت آنها ۲۳ است آن دو عدد را بیابید (۳۳۳۵و۱٤۵)

مسئله ۳٦ - مجموع دوعدد ۱۳۸٤ خارج قسمت آنها ٦ و مانده تقسیم ۱۵۲ است آن دو عدد را بیابید (۱۲۰۸ و ۱۷٦)

مسئله ۳۷ - مانده(تفاضل) دوعدد۲۰٦۸ خارج قسمتآنها٦ومانده تقسیم برابر ۱۵۸ است آن دوعدد را بیابید (۲٤۵۰ و۳۸۲)

مسئله ۳۸ - در یك تقسیم بدون مانده مقسوم علیه ۳۱ و خارج قسمت ۵ برابر بزرگترین عددی است که میتواند مانده باشد - مقسوم را پیدا کنید(٤٦۵۰)

مسئله ۳۹ - عددی را بر ۵۲ قسمت کردهایم مانده ۳۷ شده استو چون همان عدد بر ۵٦ قسمت کنیم مانده تقسیم ۵ میگردد — مطلوبست تعیین خارج قسمت و مقسوم در صورتیکه میدانیم در این دو تقسیم دو خارج قسمت برابر میباشند (۸و٤۵۳)

مسئله ۴۰ ـ در تقسیمی مجموع مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت برابر ۱۸۷۶۰ میباشد و میدانیم فضل مجموع مقسوم و مقسوم علیه بر خارج قسمت برابر ۱۸۶۱۶ است مطلوبست مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت (مقسوم ۱۸۴۳۲ مقسوم علیه ۲۵۶ خارج قسمت ۷۲)

مسئله ۴۱ ـ (نمونه) ـ خارج قسمت یك تقسیم برابر ۱۴۰ و مانده ۳۱۷ میباشد اگر ۱۲۶۴ بمقسوم اضافه کرده مجدداً بر همین مقسوم علیه قسمت کنیم تقسیم صحیحاً انجام گرفته وخارج قسمت ۱۴۳ میگردد ـ مطلوبست تعیین مقسوم ومقسوم علیه

حل ـ در تقسیم اولی مقسوم ۱۴۰ برابر مقسوم علیه باضافه ۳۱۷ میباشد حال اگر ۱۲۶۴ را بر مقسوم اضافه کنیم خارج قسمت باندازه ۱۴۳ − ۱۴۰ = ۳ افزوده میشود ـ پس چنین نتیجه میگیریم که عدد ۱۲۶۴ + ۳۱۷ = ۱۵۸۱ ۳ برابر مقسوم علیه میباشد پس مقسوم علیه برابر ۱۵۸۱ ÷ ۳ = ۵۲۷ و مقسوم برابر (۵۲۷×۱۴۰)+۳۱۷=۷۴۰۹۷ خواهد بود .

مسئله ۴۲ ـ خارج قسمت تقسیم عددی بر عدد دیگر ۲۳ و ماندهٔ آن ۴۵ است اگر ۳۵۷ بمقسوم بیفزائیم وبر همین مقسوم علیه قسمت کنیم خارج قسمت جدید ۲۹ و ماندهٔ این تقسیم ۱۲ است — مطلوبست مقسوم و مقسوم علیه اصلی (۱۵۴۰ و ۶۵)

مسئله ۴۳ ـ عددی را بر ۷۴۶ قسمت کرده ایم خارج قسمت برابر ۳۲۷ و مانده ۴۵۹ شده است ـ حال اگر عدد ۷۳۰ را بر مقسوم افزوده بر همین مقسوم علیه تقسیم کنیم معین کنید خارج قسمت و مانده جدید چقدر خواهد بود (در حل این مسئله احتیاجی بمحاسبه مقسوم نیست)

مسئله ۴۴ ـ میخواهیم بدانیم اگر ۱ ـ هفت برابر مقسوم علیه را بر مقسوم اضافه کنیم ۲ ـ مقسوم را در ۷ ضرب کنیم در خارج قسمت و مانده چه تغییری روی میدهد .

بخش سوم

چهار عمل اصلی ده دهی (اعشاری)

۷۰ - تعریف - چنانکه دربخش شمار دیدیم همیشه اندازهٔ مقدار عدد درست نیست مثلا گاهی درازائی را که میخواهیم اندازه بگیریم درست چند برابر یکه درازا که متر است نبوده وقطعهٔ ازآن درازا باقی میماند که از یك متر کوچکتر است در اینصورت چنانکه گفتیم برای سنجش چنین قطعه یکه ای را که اختیار شده باید بچند جزء متساوی قسمت نموده یکه تازهٔ بسازیم

همانقسم که پایه شمار ۱۰ میباشد دراین جا بهتر وآسانتر آنست که یکه رابده جزء متساوی قسمت نمائیم و هر گاه لازم باشد قطعه های کوچکتر از این اجزاء را نیز اندازه بگیریم باز یکی از اجزای ده گانه را که یك دهم نامیم بده قسمت کرده یك قسمت را یکه جدید اختیار مینمائیم وآنرا صدم مینامیم و واضح است هرچند بار بخواهیم میتوانیم این عمل را تکرار کنیم اگر مقداری را که اندازه آن عدد درست نیست بدین وسیله بسنجیم اندازه آن را عدد ده دهی (اعشاری) گویند .

مثال - میخواهیم درازائی را اندازه بگیریم - میبینیم این درازا شامل ۱۲ برابر یکه که متر است بوده و جزئی کوچکتر از یك یکه (یك متر) باقی میماند حال متر را بده قسمت متساوی نموده نام هر جزء رایك دهم متر (دسیمتر) میگذاریم آنچه از ۱۲ متر باقیمانده

بادسیمتر اندازه میگیریم مثلا ۷ دسیمتر در آن میگنجد وقطعهٔ کوچکتر ازدسیمتر باقی میماند حال دسیمتر رابده قسمت متساوی کرده که هر یك جزء راصدم متر (سانتیمتر) نام میدهیم وباقیمانده را باسانتیمتر میسنجیم فرض کنیم ٤ سانتیمتر درآن بگنجد ودیگر چیزی باقی نماند پس درازای مفروض ۱۲ متر و ۷ دسیمترو ٤ سانتیمتر خواهد بود وآنرا چنین مینویسیم:

سانتیمتر	دسیمتر	متر
٤	۷	۱۲

۷۱ - تمیز - چنانکه دیده میشود این طرز نوشتن آسان نیست حال گوئیم چون یکه هر مرتبه ده برابر یکه مرتبه سمت راست خود میباشد و متر ده برابر دسیمتر است لازم است ۷ (دسیمتر) در راست پیکر ۲ (متر) نوشته شود و بهمین ترتیب ٤ در راست ۷ قرار میگیرد پس اندازه درازای مفروض را چنین مینویسیم

۱۲۷٤ ولی برای تشخیص قسمت درست که شماره یکه اصلی است (متر) از قسمت ده دهی (اجزاء متر) علامتی باین صورت (و) که تمیز نامیده میشود در طرف راست مرتبه یکان که یکه متر است شده میگذاریم پس عدد چنین نوشته میشود ۱۲٫۷٤ متر و نام یکه درست باید همراه عدد باشد.

۷۲ - خواندن عدد ده دهی - واضح است اولین مرتبه سمت چپ تمیز مرتبه یکان ودومین مرتبه سمت چپ تمیز مرتبه دهگان و . . . . میباشد بهمین ترتیب اولین مرتبه سمت راست تمیز را که هر یك یکه آن ده دفعه کوچکتر از یکه اصلی باشد بعبارت دیگر یك دهم آن میباشد مرتبه دهم ومرتبه دوم سمت راست تمیز را مرتبه صدم و . . . . میخوانیم پس عدد ۱۲٫۷٤ متر عبارت خواهد بود ٤ ۷ ۲ ۱ یا

چنین میخوانیم ۱۲ متر و هفت دهم متر و ۴ صدم متر چون یکدهم برابر ده صدم میباشد ۷ دهم را میتوان ۷۰ صدم گفت پس عدد را چنین میخوانند ۱۲ متر و ۷۴ صدم متر .

پس برای خواندن عدد ده دهی بهترین راه آنست که جزء درست یعنی آنچه را درسمت راست چپ ممیز نوشته شده بدواً خواند لفظ عدد درست را با آن افزوده سپس آنچه را در سمت راست ممیز قرار گرفته مانند عدد درست خوانده نام مرتبه آخرین پیکر سمت راست را درآخر ذکر کرد مثلاسه عدد ۳٫۷۲۵ و ۴۰۷٫۰۲۹۲ و ۱۹٫۱۸۰۶ رامیخوانیم سه عدد درست وهفتصد وبیست وپنج هزارم - چهارصد وهفت عدد درست ودویست ونودو دو ده هزارم - نوزده عدد درست و هزار و هشتصد وشش ده هزارم .

تبصره - باید دانست اگر یك یاچند صفر درسمت راست پیکرهای ده دهی یك عدد ده دهی قرار دهیم درمقدار آن عدد تغییری روی نمیدهد مثلا ۷٫۶۰۰ = ۷٫۶۰ = ۷٫۶ چنانکه میدانیم یکه هر مرتبه چه درچپ وچه درراست ممیز ده برابر یکه سمت راست خود میباشد پس واضح است که شش دهم وشصت صدم وششصد هزارم بایکدیگر اختلاف ندارند .

۷۳ - انتقال ممیز - عدد ده دهی ۴۵۳٫۷۶۸ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر ممیز آن را یك پیکر بسمت راست یا چپ انتقال دهیم یعنی عدد های ۴۵٫۳۷۶۸ و ۴۵۳۷٫۶۸ را بنظرآوریم چه رابطهٔ بین عدد مفروض واین دو عدد موجود است ؟ .

برای نمایش پیکرهای مرتبه های مختلف این سه عدد آنها رابدین ترتیب در جدولی مینویسیم :

عدد	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
٤٥٣,٧٦٨		٤	٥	٣	٧	٦	٨	
٤٥,٣٧٦٨			٤	٥	٣	٧	٦	٨
٤٥٣٧,٦٨	٤	٥	٣	٧	٦	٨		

چنانکه دیده میشود پیکرهای این سه عدد مشترك میباشند ولی مرتبه‌های این پیکرها درسه‌عددباهم اختلاف دارند ـ مثلا پیکر ۳ درعدد نخستین مرتبه یکان ودرعدد دوم مرتبه دهم یعنی ده برابر کوچکتر ازآن و درعدد سوم مرتبه دهگان یعنی ده برابر آن را نمایش میدهد پس هریك از پیکرهای عدد نخستین در عدد دوم ده دفعه کوچکتر و درعدد سوم ده برابر گشته است ازاینجا معلوم میشود اگر ممیز رایك پیکر بچپ انتقال دهیم عدد مفروض ۱۰ دفعه کوچکتر یعنی برده تقسیم میگردد و بهمین ترتیب اگر ممیز را یك پیکر براست ببریم عدد مفروض ده برابر یاضرب در ۱۰ میشود ـ بهمین ترتیب میتوان دید اگر ممیز را دو پیکر بچپ یا راست انتقال دهیم عدد بر صد تقسیم یا در ۱۰۰ ضرب میگردد ـ و چون بخواهیم عدد ده دهی را در ده یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا . . . . ضرب کنیم یابر یکی از این عددها تقسیم نمائیم کافیست ممیز عدد مفروض را یك یادو یاسه یا . . . . پیکر بسمت راست یاچپ انتقال دهیم

اگر عدد ده دهی مفروض در راست یا چپ ممیز دارای شماره پیکرهای کافی نباشد انقدر صفر در راست یا چپ آن میگذاریم تا عمل ممکن گردد وچنانکه میدانیم گذاردن این صفرها مقدار عدد راتغییر نمیدهد؛

مثال ۱ ـ میخواهیم عدد ۱۷٫۲٤ را در عدد ۱۰۰۰ ضرب کنیم نخست صفری در راست عدد ده دهی قرار داده یعنی عدد پیکرهای

ده دهی آنرا بسه میرسانیم سپس ممیز را سه پیکر براست انتقال میدهیم
میشود ۱۲۴۱۷۰ یعنی ۱۲۴ر۱۷×۱۰۰۰=۱۲۴ر۱۷۰×۱۰۰۰=۱۲۴۱۷۰

مثال ۳ - میخواهیم عدد ۴ر۲۵ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم بدواً صفری در راست آن میگذاریم میشود ۰۰۴ر۲۵ وحال ممیز را دوپیکر بسمت چپ میبریم میشود ۰ر۰۴۲۵ یعنی ۴ر۲۵:۱۰۰=۰ر۰۴۲۵

۱ ـ جمع و تفریق عدد های ده دهی

۷۴ - قاعده - برای جمع کردن چندین عدد ده دهی یا تفریق عدد ده دهی ازعدد بزرگتر دیگر قاعده آنستکه عددها را زیرهم بقسمی مینویسیم که ممیز ها در زیر یکدیگر قرار گیرند اگر شماره پیکر های آنها برابر نباشد با گذاردن صفر درراست عدد هائی که پیکر های ده‌دهی آنها کمتر است شماره پیکر های دهی همه را برابر مینمائیم در ینحال پیکرهای هریك از مرتبه ها چه درراست چه درسمت چپ ممیز زیرهم واقع میگردند سپس مانند جمع یاتفریق عدد های‌درست عمل جمع یاتفریق را انجام میدهیم ووقتی بممیز رسیدیم درحاصل جمع یامانده ممیز میگذاریم .

مثال ۱ - میخواهیم‌عددهای‌ده‌دهی ۵۴ر۷۰۳ و ۰ر۲۸۶۵ و ۱۲۸ر۰۴ را باهم جمع کنیم با رعایت قاعده نامبرده صورت عمل چنین است :

```
+ ۵۴ر۷۰۳۰
   ۰ر۲۸۶۵
 ۱۲۸ر۰۴۰۰
 --------
 ۱۸۳ر۰۲۹۵
```

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۴ر۲۸۳ را ازعدد ۲۷ر۰۲ کم کنیم اول صفری در سمت راست مفروق منه میگذاریم تا شماره پیکری های ده دهی آن برابر مفروق گردد سپس مفروق را زیر مفروق بهمان ترتیب نامبرده نوشته و عمل را انجام میدهیم صورت عمل چنین است :

$$
\begin{array}{r}
۲۷٫۰۲۰ - \\
۴٫۲۸۳ \\
\hline
۲۲٫۷۳۷
\end{array}
$$

۲ ـ ضرب عددهای ده دهی

چنانکه در اصل ۲ در ضرب عددهای درست گفته شد اگر یکی ازدو سازه ضرب راچندین برابر کنیم حاصل ضرب همانقدر دفعه بزرگتر میگردد واضح است اگر پس از این عمل سازه دیگر را نیز چند برابر نموده ومجدداً عمل ضرب را انجام دهیم باز همانقدر دفعه حاصل ضرب جدید بزرگ میشود یعنی اگر یکی از دوسازه را ۱۰ برابر ودیگری را ۱۰۰ برابرنمائیم حاصل ضرب بدوآ ده برابر وباز ۱۰۰ برابربزرگتر و بنا براین ۱۰۰۰=۱۰۰×۱۰ برابر بزرگ خواهد شد.

مثال - میخواهیم عدد ۷٫۲۷ را در ۱۰۲٫۴ ضرب کنیم. نخست عدد۷٫۲۷ را در ۱۰۰ ضرب میکنیم میشود ۷۲۷ =۱۰۰×۷٫۲۷ بعد ۱۰۲٫۴ رانیز در ۱۰ ضرب میکنیم میشود ۱۰۲۴=۱۰×۱۰۲٫۴ حال دو عدد ۷۲۷و۱۰۲۴ را درهم ضرب میکنیم حاصل ضرب بنا برآنچه گفته شد ۱۰۰۰=۱۰۰×۱۰ برابر حاصل ضرب دوعدد ۷٫۲۷ و۱۰۲٫۴ خواهد بود-برای یافتن حاصل ضرب دوعدد ده دهی مفروض باید حاصل ضرب دوعدد درستی را که بدست آمده بر ۱۰۰۰ تقسیم نمود و میدانیم دراینصورت کافیست سه پیکر از سمت راست آن جدا کرده و ممیز گذاشت ۷۴۴۴۴۸=۱۰۲۴×۷۲۷ و ۷۴۴٫۴۴۸=۷۴۴۴۴۸:۱۰۰۰ پس ۷۴۴٫۴۴۸=۱۰۲٫۴×۷٫۲۷ چنانکه دیده میشود شماره پیکره های ده دهی حاصل ضرب اخیر برابر است بامجموع پیکرهای ده دهی دو سازه ضرب

۷۵ ـ قاعده ـ برای ضرب دو عدد ده دهی قاعده آنستکه آنها را زیر هم نوشته بدون ملاحظهٔ تمیز های مضروب و مضروب فیه عمل ضرب را مانند ضرب عدد های درست انجام میدهیم پس از انجام عمل ضرب ازسمت راست حاصل ضرب باندازه مجموع شماره پیکر های ده دهی مضروب و مضروب فیه پیکر جدا کرده تمیز میگذاریم .

تبصره ۱ ـ واضح است اگر یکی از دو سازه ضرب عدد درست و دیگری ده دهی باشد از تمیز آن عدد صرف نظر نموده پس از انجام عمل ضرب باندازهٔ پیکرهای ده دهی آن عدد پیکر جدا کرده تمیز میگذاریم .

مثال ـ میخواهیم عدد ۷٫۴۳ را در ۲۶ ضرب کنیم صورت عمل چنین است :

۷٫۴۳×۲۶=۱۹۳٫۱۸

تبصره ۲ ـ هر گاه یکی از دو سازه عدد ده دهی کوچکتر ازیکه (یعنی عدد ده دهی که قسمت درست آن صفر است) باشدحاصل ضرب کوچکتر ازعدد دیگر میشود ـ مثلاً حاصل ضرب ۱۲ درعدد ۰٫۲۵ میشود ۳ زیرا ۳٫۰۰=۰٫۲۵×۱۲ چنانکه میدانیم حاصل ضرب ۵ در ۱۲ عددی است که شامل ۵ دفعه ۱۲ باشد یعنی همانطور که از تعریف ضرب بر میآید چون مضروب بزرگتر از یکه است حاصل ضرب بزرگتر از مضروب فیه خواهد بود ولی اینجا میخواهیم عددی را که کوچکتر ازیکه است در دوازده ضرب کنیم پس حاصل ضرب البته از ۱۲ کوچکتر خواهد بود .

۳ ـ تقسیم عدد های ده دهی

تقسیم عدد های ده دهی سه حالت دارد .

۷۶ ـ حالت اول ـ مقسوم عدد ده دهی و مقسوم علیه عدد درست .

مثال ـ میخواهیم عدد ۵۱۷٫۳۱ را بر ۲۶ قسمت کنیم از ممیز مقسوم صرف نظر میکنیم یعنی عدد ۵۱۷۳۱ را که ۱۰۰ مرتبه بزرگتر از مقسوم اصلی است بر ۲۶ تقسیم میکنیم میشود .

۵۱۷۳۱ = ۲۶ × ۱۹۸۹ + ۱۷ خارج قسمت این تقسیم ۱۹۸۹ و مانده آن ۱۷ است ولی چون مقسوم به تنهائی ۱۰۰ برابر شده پس خارج قسمت و مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر خارج قسمت و مانده تقسیم اصلی است و برای بدست آوردن خارج قسمت و مانده دو عدد مفروض دو عدد ۱۹۸۹ و ۱۷ را بر ۱۰۰ تقسیم میکنیم وبرای اینکار کافیست دو رقم ازسمت راست آنها جدا کرده ممیز بگذاریم میشود ۱۹٫۸۹ و ۰٫۱۷ پس تقسیم اصلی چنین نمایش داده خواهد شد

۵۱۷٫۳۱ = ۲۶ × ۱۹٫۸۹ + ۰٫۱۷

۷۷ ـ قاعده ـ برای تقسیم عدد ده دهی بر عدد درست از ممیز مقسوم صرف نظر کرده عمل تقسیم را مانند عدد های درست انجام میدهیم وپس ازعمل تقسیم ازسمت راست خارج قسمت و مانده بشماره رقمهای ده دهی مقسوم رقم جدا کرده ممیز میگذاریم .

۷۸ ـ حالت دوم ـ دراینحالت مقسوم عدد درست و مقسوم علیه عدد ده دهی .

مثال ـ میخواهیم عدد ۲۵۷۹۶ را بر عدد ۲۱۳٫۵۶ تقسیم کنیم .

دربنحالت مقسوم ومقسوم علیه را ۱۰۰ برابر میکنیم تامقسوم علیه بصورت عدد درست در آید و بعد عدد ۷۵۷۹۶۰۰ را بر ۲۱۳۵۶ تقسیم میکنیم میشود :

۷۵۷۹۶۰۰ = ۲۱۳۵۶ × ۳۵۴ + ۱۹۵۷۶ چون مقسوم و مقسوم علیه تقسیم مفروض را صد برابر کرده ایم پس خارج قسمت تقسیم اخیر عیناً برابرخارج قسمت مطلوب ولی مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر مانده تقسیم اصلی‌است وبرای بدست آوردن مانده بایدمانده تقسیم جدیدرا بر ۱۰۰ تقسیم کرد پس تقسیم اصلی چنین نمایش داده میشود

۷۵۷۹۶ = ۲۱۳٫۵۶ × ۳۵۴ + ۱۹۵٫۷۶

۷۹ - قاعده - برای تقسیم عدد درست بر عدد ده دهی از ممیز مقسوم‌علیه صرف نظر کرده در راست مقسوم بشماره پیکرهای ده دهی مقسوم علیه صفر میگذاریم سپس عمل تقسیم‌را مانند تقسیم عددهای‌درست انجام‌داده پس از انجام‌عمل ازسمت راست مانده‌بشمارهٔ پیکرهای ده دهی مقسوم علیه پیکر جدا کرده ممیز میگذاریم

۸۰ - حالت سوم - دربنحالت مقسوم ومقسوم علیه هردو عددهای ده دهی میباشند

مثال - میخواهیم عدد ۷۱۵٫۴۳ را بر عدد ۵٫۶۷ قسمت کنیم - در ینحالت مقسوم ومقسوم علیه را ۱۰۰ برابر میکنیم میشود ۷۱۵۴۳ و۵۶۷ و چون این دو عدد را بر هم تقسیم کنم خواهیم داشت ۷۱۵۴۳ = ۵۶۷ × ۱۲۶ + ۱۰۱ ولی‌چون‌مقسوم ومقسوم‌علیه تقسیم اصلی مفروض را ۱۰۰ برابر کرده ایم پس خارج قسمت تقسیم اخیر باخارج تقسیم اصلی برابر است ولی مانده ۱۰۰ برابر مانده آن تقسیم است بنابر این خارج قسمت مطلوب ۱۲۶ و مانده مطلوب هم ۱٫۰۱

میباشد و عمل تقسیم چنین نمایش داده میشود ۷۱۵٫۴۳۰ = ۵٫۶۷ × ۱۲۶ + ۱٫۰۱

۸۱ - قاعده - برای تقسیم دو عدد ده دهی نخست با گذاردن صفر شماره پیکرهای ده دهی آنها را برابر میکنیم سپس از ممیز آنها صرف نظر نموده عمل تقسیم را مانند عددهای درست انجام میدهیم پس از خاتمه فقط درمانده تقسیم از سمت راست بشماره پیکرهای ده دهی مقسوم یا مقسوم علیه که برابرند پیکر جدا کرده ممیز میگذاریم

تبصره - در حالت سوم تقسیم ده دهی هرگاه شماره پیکرهای ده دهی مقسوم بیش از شمارهٔ پیکرهای ده دهی مقسوم علیه باشد بجای قاعدهٔ که در بالا گفته شد میتوان بدینطریق عمل نمود :

مثال - میخواهیم عدد ۷۲٫۳۶۹ را بر ۴٫۲۸ قسمت کنیم نخست ازممیز مقسوم علیه صرف نظر کرده بشماره پیکرهای ده دهی آن ممیز مقسوم رابسمت راست انتقال میدهیم یعنی مقسوم و مقسوم علیه را در ۱۰۰ ضرب میکنیم میشود ۷۲۳۶٫۹ و ۴۲۸ - خارج قسمت تقسیم این دوعدد برابرخارج قسمت دوعدد مفروض میباشد حال مانند حالت اول تقسیم ده دهی عمل میکنیم یعنی عدد ده دهی ۷۲۳۶٫۹ را بر عدد درست ۴۲۸ قسمت میکنیم صورت عمل چنین است :

۷۲۳۶٫۹ = ۴۲۸ × ۱۶٫۹ + ۳٫۷ بنا بر آنچه گفته شد خارج قسمت تقسیم اخیر برابر خارج قسمت تقسیم دوعدد مفروض و مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر مانده مطلوب است پس عمل تقسیم اصلی چنین نمایش داده میشود : ۷۲٫۳۶۹ = ۴٫۲۸ × ۱۶٫۹ + ۰٫۰۳۷

از آنچه در تبصره گفته شد چنین بر میآید که در تقسیم عدد ده دهی هرگاه شماره پیکرهای ده دهی مقسوم بیش از شماره پیکرهای ده دهی مقسوم علیه باشد قاعده آنستکه ممیز مقسوم را بشماره پیکرهای

ده دهی مقسوم علیه براست منتقل نموده سپس عمل تقسیم را که راجع میشود بحالت اول تقسیم ده دهی انجام میدهیم پس از خاتمه عمل ممیز مانده را آنقدر بسمت چپ میبریم تاشماره پیکرهای ده دهی مانده برابر شماره پیکرهای ده دهی مقسوم اصلی گردد .

٨٣ - تقریب - برای آنکه دانش آموزان معنای تقریب را که دارای اهمیت زیادی است بخوبی درك کنند چند مثال ذکر میکنیم :

مثال ١ - میخواهیم ٥٤٨ ریال را بین ١٦ تن قسمت کنیم عمل تقسیم چنین میشود :

٥٤٨ = ١٦ × ٣٤ + ٤ خارج قسمت این تقسیم ٣٤ و مانده ٤ است یعنی بهر تن ٣٤ ریال میرسد و ٤ ریال باقی میماند پس سهم هر یك تن قدری بیش از ٣٤ ریال است و واضح جزئی که بیش از ٣٤ ریال بهر یك میرسد کمتر از یك ریال میباشد پس گوئیم خارج قسمت این تقسیم بایك ریال تقریب برابر ٣٤ ریال است بعبارت دیگر سهم هریك بین ٣٤ و ٣٥ = ١ + ٣٤ میباشد حال باید ٤ ریال مانده‌را بین ١٦ تن قسمت کرد - میدانیم هر یك ریال صد دینار است پس ٤ ریال برابر ٤٠٠ دینار بوده و ٤٠٠ دینار رابین ١٦ تن قسمت میکنیم میشود:

٤٠٠ = ١٦ × ٢٥ چنانکه دیده میشود خارج قسمت این‌تقسیم ٢٥ دینار ومانده صفراست پس اگر ٥٤٨ ریال را بین ١٦ نفرقسمت کنیم سهم هر یك ٣٤ ریال و ٢٥ دینار خواهد بود و دیگر چیزی باقی نمیماند

مثال ٢ - میخواهیم عدد ٤٧٢ را بر ٢٩ تقسیم کنیم - صورت عمل چنین است

٤٧٢ = ٢٩ × ١٦ + ٨ چنانکه دیده میشود خارج قسمت تایك

یکه تقریب برابر ۱۶ و مانده ۸ است و نمیتوان ۸ یکه را بر ۲۹ قسمت کرد اما ۸ یکه برابر ۸۰ دهم است و میتوان ۸۰ دهم را بر ۲۹ تقسیم نموده میشود ۸۰ = ۲۹ × ۲ + ۲۲ خارج قسمت این تقسیم تا یک دهم تقریب برابر ۲ دهم و مانده آن ۲۲ دهم است و نمیتوان ۲۲ دهم را بر ۲۹ تقسیم کرد ولی ۲۲ دهم برابر ۲۲۰ صدم است و چون ۲۲۰ صدم را بر ۲۹ قسمت کنیم میشود ۲۲۰ = ۲۹ × ۷ + ۱۷ خارج قسمت این تقسیم تا یک صدم تقریب برابر ۷ صدم و مانده آن ۱۷ صدم میباشد و چون سه خارج قسمت را با هم جمع کنیم دیده میشود که اگر ۴۷۲ را بر ۲۹ قسمت کنیم خارج قسمت برابر :

۱۶ + ۲ + ۷ = ۱۶ + ۰٫۲ + ۰٫۰۷ = ۱۶٫۲۷ و مانده تقسیم ۱۷ صدم یا ۰٫۱۷ است پس ۴۷۲ = ۲۹ × ۱۶٫۲۷ + ۰٫۱۷ چنانکه گفتیم خارج قسمت مطلوب بین ۱۶ و ۱۷ است پس اگر بجای خارج قسمت درست که ۱۶ است خارج قسمت ۱۶٫۲۷ را اختیار کنیم بخارج قسمت حقیقی نزدیکتر شده ایم و خارج قسمت حقیقی بین ۱۶٫۲۷ و ۱۶٫۲۸ میباشد و گویند خارج قسمت ۴۷۲ بر ۲۹ تا یک صدم تقریب نقصانی برابر ۱۶٫۲۷ و تا یک صدم تقریب اضافی برابر ۱۶٫۲۸ میباشد زیرا اختلاف هر یک از این دو عدد با خارج قسمت حقیقی کمتر از یک صدم است .

مثال ۳ ـ میخواهیم عدد ۵۸ را بر ۲۷۶ تقسیم کنیم ـ چون ۵۸ از ۲۷۶ کوچکتر است پس خارج قسمت از یک کمتر است و چون

۵۸ یکه برابر ۵۸۰ دهم است میتوان این عددرا بر ۲۷۶ قسمت کرد و

دهم دهم دهم

خارج قسمت البته از مرتبه دهم خواهد بود ۵۸۰ = ۲۷۶ × ۲ + ۲۸

خارج قسمت ۲ دهم و مانده ۲۸ دهم است که برابر ۲۸۰ صدم میباشد وچون

صدم صدم صدم

۲۸۰ صدم رابر ۲۷۶ قسمت کنیم میشود ۲۸۰ = ۲۷۶ × ۱ + ۴

خارج قسمت یك صدم و مانده ۴ صدم خواهد بود ـ البته این عمل را هر چند بار بخـواهیم میتوان تکرار کنیم پس خارج قسمت ۵۸ بر ۲۷۶ تا یك صدم تقریب برابر ۰٫۲۱ میباشد و چنین نمایش داده میشود

۵۸ = ۲۷۶ × ۰٫۲۱ + ۰٫۰۴

۸۳ - قاعده - برای تعیین خـارج قسمت عـددی درست بر عدد درست دیگر تا ۰٫۱ یا ۰٫۰۱ ویا ۰٫۰۰۱ ویا ۰۰۰۰۰ تقریب کافیست در راست مقسوم ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۰۰۰۰۰ صفر گذارده عمل تقسیم راانجام دهیم چون مقسوم در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ۰۰۰۰۰۰۰ ضرب شده پس خارج و ماندهٔ که بدست میاید ۱۰ برابر یا ۱۰۰ برابر یـا ۱۰۰۰ برابر یا ۰۰۰۰۰۰ برابر خارج قسمت و مانده اصلی میباشد و برای بدست آوردن آنها کافیست از سمت راست خارج قسمت و مانده که بدست آمده اند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۰۰۰۰۰۰ پیکر جدا کرده ممیز گذاریم

۸۴ - تقریب در تقسیم عدد های ده دهی - میدانیم اگر چند صفر درراست پیکرهای ده دهی عدد ده دهی بگذاریم درمقدارآن تغییری روی نمیدهد پس اگر بخواهیم خارج قسمت را تایك دهم یایك صدم یایك هزارم یا ۰۰۰۰۰۰ تقریب بدست آوریم کافیست آنقدر صفر درسمت راست پیکر های ده دهی مقسوم بگذاریم تا زیادتی شمارهٔ پیکر های ده دهی مقسوم بر شماره پیکر های ده دهی مقسوم علیه برابر با یك یا دو یا سه

یا ٠٠٠٠٠٠٠ گردد سپس مانند حالات معمولی عمل تقسیم ده دهی را انجام میدهیم

مثال ـ میخواهیم خارج قسمت تقسیم ٢ر٤٧ را بر ٦ر٥ تا ٠٠١ر٠ تقریب بدست آوریم ـ بدواسه صفر درسمت راست پیکر دهم مقسوم قرار میدهیم تا زیادتی شماره پیکر های دهدهی مقسوم بر شماره پیکرهای ده دهی مقسوم علیه برابر ٣ گردد سپس عمل تقسیم را انجام میدهیم صورت عمل چنین است .

٤٧ر٢ : ٥ر٦

٤٧ر٢٠٠٠ : ٥ر٦

٤٧٢٠٠٠ : ٥٦

٤٧٢ر٠٠٠	٥٦
٢٤٠	٨ر٤٢٨
١٦٠	
٤٨٠	
٠ر٠٠٣٢	

خارج قسمت برابر ٨ر٤٢٨ و مانده ٠ر٠٠٣٢ میباشد

مسئله های چهار عمل اصلی
عدد های درست و عدد های ده دهی

مسئله ۴۵ ـ پنج سال پیش از این سن پدری ۳ برابر سن پسرش بود و ٦ سال دیگر سن پدر دو برابر سن پسر خواهد بود ـ مطلوبست سن فعلی هریك (پدر ۳۸ سال پسر ١٦ سال)

مسئله ۴٦ ـ میوه فروشی ۲ نوع هندوانه دارد میخواهد هندوانه های نوع اول را دانه ۷۵ر۱ ریال وهندوانه های نوع دوم را دانهٔ ۲۵ر۱ ریال بفروشد اما تمام هندوانه‌ها را دانهٔ ۵۰ر۱ ریال فروخت و ۳ ریال بیش ازآنچه تصور میکرد سود برد ـ تعیین‌کنید شماره هندوانه‌های هرنوع را (نوع اول ١۲٤ نوع دوم ۸٦)

مسئله ۴۷ ـ رزازی ۲۵ بار برنج را که هریك ١١۸ کیلوگرم برنج داشت جمعاً ببهای ٦٠۲۵ ریال خرید وبرای هزینه‌های مختلف ۸٤ ریال‌داد پس‌ازبوجاری ازهرباری دو کیلوگرم‌کم شد ـ میخواهیم بدانیم اگرهرکیلو گرم برنج رابه ۵ر۲ریال بفروشد چقدر سود خواهد برد (١١٤١ ریال)

مسئله ۴۸ ـ بقالی‌مقداری تخم مرغ‌دارد میخواهد هرتخم مرغ‌را ۵ ۱ر۰ ریال بفروشد ولی چون ٤۷ تخم مرغ شکست مجبور شد هره تخم مرغ رابه ۸۰ر۰ ریال بفروشد تا همان اندازه سود ببرد معین‌کنید چند تخم مرغ داشته (۷۵۲ تخم مرغ)

مسئله ۴۹ ـ بقالی ۷ ظرف عسل خرید هر کیلوگرمی به ۸ ریال ـ پس‌از آب کردن عسل هر ظرفی ۳ کیلو گرم موم داشت وعسل آب کرده را هر کیلو گرمی به ٦۵ر۱۰ ریال فروخت و ۳۵ر١٤۷ ریال سود برد ـ تعیین کنید در هر ظرف چند کیلوگرم عسل بوده (۲۰ کیلوگرم)

مسئله ۵۰ ـ شخصی ۲۱۲۰ ریال پول دارد ویك نفر دیگر ١۷۲۸۸ ریال هر کدام ازاین دو نفر سالانه ٦۸۳ ریال میتوانند ذخیره کنند تعیین کنید پس از چند سال پول شخص دوم ۳ برابر پول شخص اول میشود (پس از ۸ سال)

مسئله ۵۱ ـ شخصی ۳ پسردارد مجموع سن اولی ودومی ۳۳ سال‌ومجموع

سن دومی و سومی ۲۲ سال ومجموع سن اولی وسومی ۲۵ سال است - معین کنید
سن هر یك از سه پسر را (اولی ۱۸ سال دومی ۱۵ سال سومی ۷ سال)

مسئله ۵۳ - هفت نفر مسافر با راه آهن ازتهران به بندر شاهپور میروند
در موقع رفتن ٤ نفر در درجهٔ دوم و ۳ نفر در درجهٔ سوم قرارداشتند - در برگشتن
۶ نفردردرجهٔ دوم ویك نفردر درجهٔ سوم بود - درموقع رفتن جمعاً مبلغ ۸۵ر۱۳۷۰ ریال
در موقع بر گشتن جمعاً ٤۵ر۱۵٤۵ ریال کرایه داده اند - میدانیم تفاوت بهای
یك بلیت درجهٔ دوم ویك بلیت درجهٔ سوم دریك کیلو متر ۱۰ر۰ ریال است - مطلوبست
اولا فاصله تهران تا بندر شاهپور و ثانیا قیمت کرایه برای یك کیلو متر در درجهٔ دوم
و درجهٔ سوم (فاصلهٔ ۹۳۳ کیلومتر دوم ۲۵ر۰ ریال سوم ۱۵ر۰ ریال)

مسئله ۵۳ - میوه فروشی یك صندوق پرتقال که بهای هر دانهٔ آن ۳۰ر۰
ریال بود خرید - یك چهارم را دانهٔ ۶۰ر۰ ریال یك چهارم را دانهٔ ۵۰ر۰ ریال ویك چهارم
دیگررا دانهٔ ٤۰ر۰ ریال وبالاخره یك چهارم دیگر را دانهٔ ۲۵ر۰ ریال فروخت ودراین
داد وستد ۵ر۱۷ ریال سود برد - مطلوبست شماره پرتقالهای صندوق (۲۰۰ پرتقال)

مسئله ۵٤ - در گلهٔ جمعاً ۱۹۰ گوسفند و بره موجود است - قیمت این
گله ۱۱۳۵۰ ریال و بهای یك گوسفند و یك بره جمعاً ۱۰۵ ریال است - بعلاوه
بهای ۱۶ بره برابر قیمت ۵ گوسفند است - تعیین کنید شماره گوسفندها و برههای
این گله وقیمت یك گوسفند ویك بره را (۱۲۰ گوسفند و ۷۰ بره - بهای گوسفند
۸۰ ریال قیمت بره ۲۵ ریال)

مسئله ۵۵ - پارچه فروشی ۲ نوع پارچه خریده برای اولی ۳۲۵ ریال
وبرای دومی ۲۰ر۵۳۱ ریال پول داده - قیمت یك متر پارچه دوم ۰۵ر۲ ریال بیش از
یك متر ازپارچهٔ اول است ویکمتر ازپارچه اول و یك متر ازپارچه دوم جمعاً ۵۵ر۱٤
ریال ارزش دارند - مطلوبست در ازای هر یك ازدو پارچه و قیمت یك متر هر کدام
(اولی ۵۲ متر هر متری ۲۵ر۶ ریال دومی ۶٤ متر هر متری ۳۰ر۸ ریال)

مسئله ۵۶ - بزازی ۳ توپ پارچه خرید اولی متری ۸ ریال دومی متری
۶ ریال سومی متری ۷ ریال وهمه را با ۱۵ در صد سود به ۲۰ر۶۵۳ ریال فروخت

در صورتیکه قیمت خرید توپ اول برابر مجموع قیمت خرید دو توپ دیگر بوده است مطلوبست درازای هر یك از سه توپ پارچه و سود بزاز

(اولی ۲۳ متر دومی ۱۲ متر سومی ۱٦ متر سود بزاز ۸۵٫۲۰ ریال)

مسئله ۵۷ - سه دسته دانش‌آموز در مسابقه دو وپرش و شنا شرکت کردند و قرار گذاردند درهر یك ازسه مسابقه دستهٔ آخری موجودی صندوق دو دسته‌دیگررا ۳ برابر کنند - در مسابقهٔ دو دستهٔ اول در مسابقهٔ پرش دستهٔ دوم و در مسابقه شنا دستهٔ سوم باختند در آخر کار موجودی هر یك از سه صندوق ۳۲۰ ریال بود معین کنید پیش از مسابقه ها در هر صندوقی چه مقدار پول بوده .

(دسته اول ۱٦۰ ریال دستهٔ دوم ۲۸۰ ریال دستهٔ سوم ۵۲۰ ریال)

مسئله ۵۸ - عطاری از بازرگانی مقداری قند و چای وقهوه خرید - بهای یك کیلوگرم قند ٤ ریال و بهای یك کیلوگرم چای ۳٦ ریال و بهای یك کیلوگرم قهوه ۲۸ ریال بود - وزن قند ۱۰ برابر وزن چای و وزن چای ۵ برابر وزن قهوه است پس از تخفیف تجارتی ۵ در صد ۱۱٦۲٫۸۰ ریال بهای آنها را پرداخته معین کنید مقدار هر یك از این سه جنس و مبلغی را که بعطار تخفیف داده شد

(۱۵۰ کیلوگرم قند و۱۵ کیلوگرم چای و۳ کیلوگرم قهوه تخفیف ٦۱٫۲۰ریال)

مسئله ۵۹- ملاکی باغی را به ٤۰۵۰۰ ریال وقطعه‌زمین زراعتی‌را که مساحت آن ۳ برابر مساحت باغ بود به ۳۷٦٤۰ ریال خرید میدانیم بهای یك متر مربع باغ ۵٫۳۰ ریال بیش از قیمت یك متر مربع زمین است - مطلوبست تعیین مساحت باغ و زمین و بهای یك متر مربع هر کدام

(باغ ۵٤۰۰ متر مربع هر متر مربعی ۷٫۵ ریال زمین ۱۷۲۰۰ متر مربع هر متر مربعی ۲٫۲۰ ریال)

مسئله ٦۰ - کارگری درسال غیر کبیسه ۳۰۰ روزکار کرده نصف این روز ها را روزی ۱۸ ریال و بقیه را روزی ۱۵ ریال گرفته - روزهای کار هزینه او ۹ ریال میباشد پس ازیکسال ۱۵۳۰ ریال اندوخته کرده معین کنید هزینه او را در روز های تعطیل (۱۱ ریال)

مسئله ۶۱ - برای پوشش هر یك از ۱۸ تخت خواب بیمارستانی ۵ متر پارچه لازمست در موقع تهیه پوشش ۳ تخت خواب اضافه شد و مجبور شدند پارچهٔ پهنتر پهنا که متری یك ریال ارزانتر بود انتخاب کنند - معین کنید قیمت یك متر از پارچه نوع اول و دوم را (نوع اول متری ۵ر۵ ریال نوع دوم متری ۵ر۴ ریال)

مسئله ۶۲ - پدری در موقع تولد پسرش ۳۳ سال داشت وقتی سن پسر برابر سن فعلی پدر شود مجموع سن های آنها ۱۱۱ سال خواهد بود - مطلوبست سن کنونی هر یك (پدر ۴۵ پسر ۱۲ سال)

مسئله ۶۳ - ماهوت فروشی چند توپ ماهوت دارد اگر آن را هرمتری ۸۵ ریال بفروشد ۱۶۲۰ ریال سود خواهد برد ولی چون ماهوت بید خوردگی پیدا کرد مجبور شد آنرا هرمتری ۷۱ ریال بفروشد و ۲۷۰ ریال زیان برد - معین کنید درازای پارچه و بهای خرید یك متر را (درازای پارچه ۱۳۵ متر بهای خرید یکمتر ۷۳ ریال)

مسئله ۶۴ - میوه فروشی ۴۰ صندوق پرتقال که در هر یك ۱۶۷ پرتقال بود خرید ۳۸ دانه از پرتقالها فاسد شده بود و برای اینکه ۱۰۵۶ ریال نفع ببرد هر ۱۰۰ پرتقال مانده را ۱۰۰ ریال بیش از آنچه خریده بود فروخت - معین کنید بهای خرید پرتقالها را (بهای خرید پرتقالها ۲۳۳۸ ریال)

مسئله ۶۵ - دهقانی چند گوسفند دارد و میخواهد آنها را فروخته ماشینی برای آبیاری مزرعه خود بخرد - اگر هر گوسفند را ۷۸ ریال بفروشد میتواند ماشین را خریده و ۶۸ ریال نیز برایش باقی بماند - ولی اگر هر گوسفند را ۷۶ ریال بفروشد برای خرید ماشین ۴۴ ریال کم دارد - مطلوبست بهای ماشین و شمارهٔ گوسفندان (۴۳۰۰ ریال و ۵۶ گوسفند)

مسئله ۶۶ - شخصی چند اسب خرید - اگر هر اسب را ۱۴۷۳ ریال بفروشد ۳۲۴ ریال ضرر می‌نماید ولی اگر هر اسب را ۱۵۶۱ ریال بفروشد ۲۰۵۲ ریال سود خواهد برد - تعیین کنید بهای خرید یك اسب و شمارهٔ اسبها را (۱۴۸۵ ریال ۲۷ اسب)

مسئله ۶۷ - رزازی مقداری برنج دارد - اگر هر کیلوگرم آن را به ۲٫۸ ریال بفروشد میتواند یك خانه بخرد و ۱۴۶۵۰ ریال برایش باقی میماند - ولی اگر هر کیلوگرم را به ۲٫۵ ریال بفروشد باید ۵۰۰۰ ریال وام گیرد تا بتواند خانه را بخرد - مطلوبست وزن برنج و مساحت خانه در صورتیکه میدانیم هر متر مربع خانه ۲۲۵ ریال ارزش دارد (۶۵۵۰۰ کیلوگرم و ۷۵۰ متر مربع)

مسئله ۶۸ - سه کارگر در کارخانهٔ کار میکنند اولی و دومی پس از ۱۲ روز ۲۲۸ ریال دومی وسومی پس از ۱۴ روزکارکردن ۲۱۰ ریال وبالاخره اولی و سومی پس از ۱۷ روزکار ۲۷۲ ریال مزد گرفتند - مطلوبست مزد روزانه هریك از سه کارگر)

(اولی ۱۰ ریال دومی ۹ ریال سومی ۶ ریال)

مسئله ۶۹ - در موقع درو دو کارگر در مزرعهٔ با مزد روزانهٔ مساوی اجیر گردیدند - پس از ۲۰ روز کار باولی ۶۰ ریال و صد من گندم دادند - پس از ۲۵ روز کار بدومی ۳۰ ریال و ۱۵۰ گندم دادند - مطلوبست مزد روزانه کارگرها بریال و بهای یك من گندم (مزد روزانه ۱۲ ریال بهای یك من گندم ۱٫۸)

مسئله ۷۰ - خیابانی از شهر که ۱۲۰۰۰ متر مربع سواره رو و ۵۴۰۰ متر مربع پیاده رو دارد آسفالت شده و قیمت آن جمعاً ۶۵۵۲۰۰ ریال میباشد - میخواهیم خیابان دیگری ازشهر را که ۸۰۰۰ متر مربع سواره رو و ۳۶۰۰ مترمربع پیاده رو دارد بهمان ترتیب آسفالت کنیم - میدانیم قیمت آسفالت ۳ مترمربع پیاده رو برابر بهای ۲ متر مربع سواره رو باشد - مطلوبست اولا تعیین بهای آسفالت یك متر مربع سواره رو و یك متر مربع پیاده رو و ثانیاً هزینه ساختمان خیابان دوم

(یکمتر مربع سواره رو ۴۲ ریال یکمتر مربع پیاده رو ۲۸ ریال هزینه خیابان دوم ۴۳۶۸۰۰ ریال)

مسئله ۷۱ - اندوخته شخصی دو برابر اندوخته شخص دیگر است - اولی ۷۵ در صد اندوختهٔ خود و دومی ۸۰ در صد اندوخته خود را خرج مینمایند - پس از آن برای اولی ۷۲۰۰ ریال بیش از دومی باقی مانده معین کنید اندوخته اولی هر یك را

(اولی ۴۸۰۰۰ ریال دومی ۲۴۰۰۰ ریال)

مسئله ۷۲ ـ کشاورزی ۳ گاو بمبلغ ۱۶۸۰ ریال خرید ـ بهای گاو سوم ۳۰۰ ریال از مجموع بهای گاو اول و دوم کمتر است و بهای گاو دوم ۱۳۰ ریال بیش از قیمت گاو اول است تعیین کنید بهای هر گاو را (اولی ۴۳۰ ریال دومی ۵۶۰ ریال سومی ۶۹۰ ریال)

مسئله ۷۳ ـ در ساختمان قطعهٔ از راه آهن سه دسته کارگر کار میکنند در دستهٔ اول ۸ کارگر بیش از دستهٔ دوم و ۱۲ کارگر بیش از دسته سوم میباشد مزد روزانهٔ یك کارگر دستهٔ اول ۷٫۵ ریال و یك کارگر دستهٔ دوم ۷ ریال و یك کارگر دستهٔ سوم ۶ ریال میباشد ـ مزد روزانه سه دسته جمعاً ۶۹۲ ریالست مطلوبست شمارهٔ کارگرهای هردسته (اول ۴۰ کارگر دوم ۳۲ کارگر سوم ۲۸ کارگر)

مسئله ۷۴ ـ دلالی ۴۵ گوسفند و ۱۷ گاو را به ۱۰۷۴۰ ریال خرید سودی که از فروش یك گاو باو میرسد ۵ برابر سودیست که از فروش یك گوسفند باو میرسد ـ گوسفندها را جمعاً به ۴۰۹۵ ریال و گاوها را جمعاً به ۸۰۷۵ ریال فروخت ـ مطلوبست قیمت یك گاو و یك گوسفند (۱ یك گاو ۴۲۰ ریال یك گوسفند ۸۰ ریال)

مسئله ۷۵ ـ مقاطعه کاری ۲۱ هزار آجر تراش و آجر ابلق را جمعاً به ۳۶۳۰ ریال خرید ـ میدانیم شمارهٔ آجرهای ابلق ۶ برابر شمارهٔ آجرهای تراش بوده و بعلاوه بهای ۳۵ آجر ابلق مساوی قیمت ۱۶ آجر تراش میباشد ـ مطلوبست شمارهٔ آجرهای تراش و ابلق و بهای هزار آجر از هر نوع (تراش ۲۵۰ ریال ابلق ۱۶۰ ریال ۳ هزار آجر تراش ۱۸ هزار آجر ابلق)

مسئله ۷۶ ـ در کارخانهٔ ۳۲ زن و ۲۵ مرد کار میکنند مزد روزانه یك زن برابر ۷۵ صدم مزد روزانه یك مرد میباشد این کارگرها هر هفته ۶ روز کار میکنند و جمعاً ۳۸۲۸ ریال مزد میگیرند معین کنید مزد روزانهٔ یك زن و مزد روزانهٔ یك مرد را (مزد مرد روزی ۸ ریال ـ مزد زن روزی ۶ ریال)

مسئله ۷۷ ـ نمایندهٔ تجارتخانهٔ روزی ۵۰ ریال حقوق [illegible] روزی

۱۵ ریال هزینهٔ سفر دریافت میکند و بعلاوه یك درصد از مقدار داد و ستدی که میکند حق‌العمل میگیرد - پس از انجام مسافرتی که در طی آن هزینهٔ روزانهٔ او ۳۸ ریال بوده و ۴۲۷۰۰ ریال هم جنس فروخته مبلغ ۱۱۵۶ ریال ذخیره کرده است معین کنید مسافرتش چند روز طول کشیده (۲۷ روز)

مسئله ۷۸ - باغبانی میخواهد در کنار جوی آبی درخت تبریزی بکارد اگر فاصلهٔ درختها را برابر ۱۲۰ سانتی متر اختیار کند ۶۰ سانتی متر از آخر باقی میماند و اگر فاصلهٔ درختها را ۱۳۰ سانتی متر اختیار نماید ۱۲ درخت کمتر خواهد کاشت و یك متر در آخر باقی میماند - مطلوبست درازای جوی آب و شمارهٔ درختها دردفعهٔ دوم (طول جوی ۱۸۳ متر درختهای باردوم ۱۴۱)

مسئله ۷۹ - کوزه فروشی چند کوزه را هر یك به ۱۰۳۵ ریال خرید در راه چهار کوزه شکست اگر هر یك از کوزه هائی را که مانده به ۱۰۸۵ ریال بفروشد ۱۱۰۶۰ ریال سود خواهد نمود - مطلوبست شمارهٔ کوزه هائی که خریده (۳۸ کوزه)

مسئله ۸۰ - رزازی مقداری روغن دارد و میخواهد آنرا از قرار هر کیلوگرم ۱۱۰۴۵ ریال بفروشد - ولی پس از آنکه روغنها را آب کرد ۱۶ کیلوگرم آفت حاصل شد و برای اینکه بهمان مقدار سابق سود ببرد هرکیلوگرم را به ۱۲۰۸۰ ریال فروخت - تعیین کنید چند کیلوگرم روغن داشته (۱۵۴ کیلوگرم)

مسئله ۸۱ - در یکی از دهستانها مالکی میخواهد یك دبستان بهزینهٔ خود بسازد و برای این ساختمان باید ۲۸۰۰۰ ریال خرج کند - اگر مجموعاً ۱۷۰ گاو و گوسفند بفروشد ۱۱۴ ریال کم خواهد داشت و اگر ۵ گوسفند دیگر بهمان قیمت بفروشد ۲۶۱ ریال برایش باقی میماند و اگر ۲ گاو دیگر هم بهمان بها بفروشد ۷۴۰ ریال برایش باقی میماند - مطلوبست قیمت یك گاو و یك گوسفند و شمارهٔ گاوها و گوسفند هائی که اخیراً فروخته (یك گاو ۴۲۷ ریال - یك گوسفند ۷۵ ریال ۴۵ گاو - ۱۳۲ گوسفند)

مسئله ۸۲ - بزازی مقداری ماهوت خریده و میخواهد هر متر آن را ۷۰ ریال بفروشد و ۵۲۵ ریال سود ببرد - ولی نتوانست ماهوت را بیش از متری

۶۱ ریال بفروشد و ۱۵۰ ریال زیان نمود . مطلوبست در ازای پارچه وقیمت خرید یکمتر (۷۵ متر و ۶۳ ریال)

مسئله ۸۳ - شیر فروشی ازدهقانی ۵۰ لیتر شیر خرید وزن آن ۵۱۰۳۲۰ کیلوگرم بود . میدانیم هر لیتر شیر خالص ۱/۰۳۰ کیلوگرم وزن دارد . معین کنید در این شیر چند لیتر آب بوده (۶ لیتر)

مسئله ۸۴ - سمساری یک قالی و یک جفت قالیچه به ۴۷۶۶ ریال فروخت و جمعاً ۴۶۶ ریال سود برد - میدانیم در فروش قالی ۱۰ در صد ودر فروش قالیچه ها ۱۲ درصد سود برده - مطلوبست بهای خرید قالی وقالیچه ها (قالی ۲۵۰۰ ریال قالیچه ها ۱۸۰۰ ریال)

مسئله ۸۵ - بزازی یک توپ‌مخمل رامتری ۵۴ ریال خرید بواسطهٔ آب‌افتادن مجبور شد یکچهارم آنرا متری ۲۵ ریال و بقیه را متری ۴۰ ریال بفروشد در این دادوستد ۳۱۵ ریال زیان برد مطلوبست درازی پارچه (۳۶ متر)

مسئله ۸۶ - بهای گندم در یک شهر هر تن ۵۴۰ ریال و در شهر دیگر که فاصله اش تاشهر اولی ۳۲۶ کیلومتر است تنی ۶۰۰ ریال است - دهستانی بین این دو شهر بقسمی واقع است که گندم این دو شهر بیک قیمت در آن وارد میشود معین‌کنید فاصله این دهستان را از آن دوشهر در صورتیکه میدانیم کرایهٔ باربری هرتن در یک کیلو متر یک‌ریال است

(از شهری که در آن گندم گرانتر است ۱۳۳ کیلومتر از دیگری ۱۹۳ کیلومتر)

مسئله ۸۷ نوشت افزارفروشی ۱۲۶ جعبه سرقلم و ۲۴ دسته چوب‌قلم را جمعاً به ۸۰ر۶۲۵ ریال خریده - بهای خرید سرقلمها باندازهٔ ۳۵۷ ریال بیش ازبهای خرید چوب قلمها بوده معین‌کنید قیمت خرید یک دسته چوب قلم ویک جعبه سرقلم را (دسته چوب قلم ۲ر۳ ریال جعبه سرقلم ۹ر۳ ریال)

مسئله ۸۸ - برنجه فروشی ۴۰ بوقلمون و ۹۰ مرغ را بیک قیمت فروخت میدانیم بهای یک بوقلمون ۱۰ ریال بیش از قیمت یکمرغ است - معین کنید بهای یک بوقلمون و یک مرغ را (بوقلمون ۱۸ ریال مرغ ۸ ریال)

مسئله ۸۹ - دهقانی یك اسب و یك گاو و یك الاغ و سه گوسفند را به ۱۹۰۰ ریال خرید - قیمت اسب از دو برابر قیمت گاو ۱۰۰ ریال کمتر و قیمت گاو برابر مجموع بهای الاغ و گوسفند هاست - بهای هر گوسفند هم ۸۰ ریال است - مطلوبست بهای اسب و گاو و الاغ
(اسب ۹٤۰ ریال گاو ۵۲۰ ریال الاغ ۲۸۰ ریال)

مسئله ۹۰ - بانوئی ۵ متر ماهوت و ۹ متر مخمل و ۲۰ متر دبیت را جمعاً به ۱۱٤۸ ریال خرید میدانیم بهای یکمتر ماهوت ۳ برابر بهای یکمتر مخمل است معین کنید بهای یکمتر از هر سه پارچه را در صورتیکه بهای یکمتر مخمل ٦ برابر بهای یکمتر دبیت است (ماهوت ۱۲٦ ریال مخمل ٤۲ ریال دبیت ۷ ریال)

مسئله ۹۱- رزازی ٤۵۰ کیلو گرم برنج و ۱٤۰ کیلو گرم روغن را جمعاً به ۳۰۳۰ ریال خرید و میدانیم بهای یك کیلو گرم روغن چهار برابر بهای یك کیلو گرم برنج است - مطلوبست قیمت خرید یك کیلو گرم برنج و یك کیلو روغن - اگر بخواهد برنج را با ۱۰ در صد و روغن را با ۱۵ در صد سود بفروشد بهای یك کیلو گرم از هر کدام را معلوم کنید (بهای خرید یك کیلو گرم روغن ۱۲ ریال - بهای خرید یك کیلو گرم برنج ۳ ریال)

مسئله ۹۲ - کارگری هر روز کار کند ۹ ریال مزد میگیرد همه روزه ۵ر۵ ریال هزینهٔ زندگی مینماید - در ماه اردی‌بهشت این کارگر ۵ر۵۵ ریال ذخیره نموده مطلوبست شماره روز های کار وتعطیل (۲۵ روز کار ٦ روز تعطیل)

مسئله ۹۳ - مزد روزانه شاگرد آهنگری ۷۵ صدم مزد خود آهنگر میباشد - آهنگر ۲۳ روز و شاگردش ۲۵ روز کارکرده اند و جمعاً ٦٦۸ ریال مزد گرفته اند معین کنید مزد روزانه هر یك را (آهنگر ۱٦ ریال - شاگرد آهنگر ۱۲ ریال)

مسئله ۹۴ - بهای یك لیتر نفت ۲ر۱ ریال و یك لیتر بنزین ۵ر۱ ریال تعیین شده بنگاهی درماه مقداری نفت و بنزین مصرف می نماید میدانیم ۷۰ لیتر نفت بیش از بنزین بکار رفته و بهای نفت ۳۰ ریال بیش از قیمت بنزین است - معین کنید مقدار نفت وبنزین مصرف یکماههٔ این بنگاه را (نفت ۲۵۰ لیتر - بنزین ۱۸۰ لیتر)

بخش چهارم

توان (قوه)

۸۵ - تعریف - هر گاه چندین عدد مساوی را دریکدیگر ضرب کنیم حاصل ضرب راتوانی ازیکی از آن عددها خوانیم - یکی ازعددهای ضرب کردنی را پایه و شماره این عدد ها را نما گویند .

مثال - حاصل ضربهای زیرین را در نظر گیریم ۹ = ۳ × ۳ و ۲۱۶ = ۶ × ۶ × ۶ و ۳۲ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ عدد ۹ را توان دویم ۳ وعدد ۲۱۶ را توان سوم عدد ۶ و ۳۲ راتوان پنجم عدد ۲ خوانیم

طرزنوشتن - این نوع حاصل ضربهارامیتوان بطریق ساده ئی نمایش داد برای این کار پایه را نوشته نما را بالای آن متمایل براست قرار میدهیم مثلا توانهای بالا چنین نوشته میشود $9 = 3^2$ و $216 = 6^3$ و $32 = 2^5$ و میخوانند سه نما دو یاتوان دویم سه و شش نما سه یا توان سوم شش و . . . .

۱ - جمع توان ها

۸۶ - قاعده - برای اینکه چندین توان را بایکدیگر جمع کنیم باید عمل جمع را در حاصل ضربها انجام داد

مثال - میخواهیم 2^7 را با 5^3 جمع کنیم اول عدد دو راتوان ۷ میرسانیم میشود ۱۲۸ و ۵ راتوان ۳ میرسانیم میشود ۱۲۵ = ۵ × ۵ × ۵ سپس دو عدد ۱۲۸ و ۱۲۵ را بایکدیگر جمع میکنیم میشود:

$$2^7 + 5^3 = 128 + 125 = 253$$

۲ - تفریق توان ها

۸۷ - قاعده - برای تفریق توان عددی از توان عدد دیگر عمل تفریق را بین دو حاصل ضرب انجام میدهیم .

مثال - میخواهیم $٤^۳$ رادر $۹^۲$ تفریق کنیم گوئیم $٤^۳=٦٤$ و $۹^۲=۸۱$ پس $۹^۲-٤^۳=۸۱-٦٤=۱۷$

۳ - ضرب توان ها

۸۸ - حالتهای مختلف - در ضرب توان ها سه حالت تشخیص داده میشود :

حالت اول - ضرب دویاچندین توان وقتی پایه ها مساوی باشند:

مثال- میخواهیم $۲^۳$ و $۲^٥$ و $۲^۲$ رادرهم ضرب کنیم برای اینکار گوئیم

$۲^۳=\overbrace{۲\times۲\times۲}^{۳\ \text{مرتبه}}$ و $۲^٥=\overbrace{۲\times۲\times۲\times۲\times۲}^{٥\ \text{مرتبه}}$ و $۲^۲=\overbrace{۲\times۲}^{۲\ \text{مرتبه}}$ پس چنین داریم

$۲^۳\times۲^٥\times۲^۲=\overbrace{(۲\times۲\times۲)}^{۳\ \text{مرتبه}}\times\overbrace{(۲\times۲\times۲\times۲\times۲)}^{٥\ \text{مرتبه}}\times\overbrace{(۲\times۲)}^{۲\ \text{مرتبه}}$ دیده میشود که در حاصل ضرب بالا $۱۰=۲+٥+۳$ دفعه عدد ۲ وجود دارد یعنی

$۲^۳\times۲^٥\times۲^۲=۲^{۱۰}$

قاعده - حاصل ضرب چندین توان یك عدد عبارتست از توانی از عدد مفروض که نمای آن مجموع نماهای توان های مفروض باشد

حالت ۲ - ضرب دو یا چندین توان وقتی نماها مساوی باشند .

مثال - میخواهیم ۲ را در ٥ ضرب کنیم گوئیم :

$$٢^٤ \times ٥^٤ = (٢\times٢\times٢\times٢)\times(٥\times٥\times٥\times٥) =$$
$$(٢\times٥)\times(٢\times٥)\times(٢\times٥)\times(٢\times٥) = (٢\times٥)^٤ = ١٠^٤$$

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب توان چهارم ۲ در توان چهارم ٥ عبارتست از توان چهارم حاصل ضرب ٥ × ۲ یا $١٠^٤$.

قاعده - حاصل ضرب دو توان مساوی دو عدد همان توان است از حاصل ضرب آن دو عدد

حالت ۳ - قاعده - برای ضرب چندین توان که نه دارای پایه‌های مساوی و نه نماهای مساوی باشند باید عمل ضرب را در حاصل ضربها انجام داد .

٤ - تقسیم توان ها

۸۹ - حالتهای مختلف - در تقسیم توان ها نیز سه حالت تشخیص داده میشود :

حالت ۱ - تقسیم دو توان که پایه های آنها مشترك است

مثال - میخواهیم $٤^٧$ را بر $٤^٣$ تقسیم کنیم گوئیم

$$٤^٧ : ٤^٣ = (٤\times٤\times٤\times٤\times٤\times٤\times٤):(٤\times٤\times٤) = ٤\times٤\times٤\times٤ = ٤^٤$$

چنانکه دیده میشود در خارج قسمت مطلوب ٤ = ۳ - ۷ دفعه عدد چهار موجود است یعنی $٤^٧ : ٤^٣ = ٤^٤$

قاعده - خارج قسمت دو توان یك عدد برابر توانی است از آن عدد که نمای آن فضل نمای آن مقسوم باشد بر نمای مقسوم علیه

حالت ۲ - تقسیم دو توان وقتی نماها مشترك است .

مثال - میخواهیم 12^5 را بر 3^5 تقسیم کنیم صورت عمل چنین است .

$$12^5 : 3^5 = (12\times12\times12\times12\times12):(3\times3\times3\times3\times3) =$$
$$(12:3)\times(12:3)\times(12:3)\times(12:3)\times(12:3) = (12:3)^5 = 4^5$$

چنانکه دیده میشود خارج قسمت توان پنجم ۱۲ برتوان پنجم سه عبارتست از توان پنجم ٤ که خارج قسمت ۱۲ است بر ۳

قاعده - خارج قسمت دو توان مساوی از دو عدد همان توان است از خارج قسمت پایه مقسوم برپایه مقسوم علیه

حالت ۳ - قاعده در تقسیم توان وقتی نه پایه ها مساوی باشند نه نما ها باید عمل تقسیم را در حاصل ضرب ها انجام داد

نتیجه ۱ - فرض کنیم میخواهیم 5^4 را بر 5^3 تقسیم کنیم بنابر قاعده نامبرده خارج قسمت عبارتست از $5^4 : 5^3 = 5^{4-3} = 5^1$ ازطرف دیگر میدانیم $5^4 = 625$ و $5^3 = 125$ است و $625:125 = 5$ پس چنین نتیجه میگیریم که $5^1 = 5$ میباشد یعنی توان یکم هر عدد برابر خود آن عدد است .

نتیجه ۲ - فرض میکنیم میخواهیم 3^5 را برابر 3^5 تقسیم کنیم بنا برقاعده بالا خارج قسمت عبارتست از $3^5 : 3^5 = 3^0$ ازطرف دیگر چون مقسوم ومقسوم‌علیه برابر میباشند خارج قسمت مساوی یك‌است پس معلوم میشود $3^0 = 1$ یعنی هرعددکه بتوان صفربرسد حاصل برابر یك است .

مسئله ها

مسئله ـ این ضربهارا انجام دهید : ـ $۳^{۲}\times۳^{۴}$ و ۵×۵^{۶} و $۷^{۸}\times۷^{۳}\times۷^{۲}$ و $۱۲^{۹}\times۱۲^{۲}\times۱۲^{۶}$ و $۳^{۵}\times۴^{۵}$ و $۲^{۶}\times۳^{۶}\times۷^{۶}$ و $۹^{۸}\times۳^{۸}\times۴^{۸}$ و $۷^{۶}\times۷^{۳}\times۳^{۵}\times۳^{۴}$ و $۲^{۳}\times۲^{۷}\times۶^{۵}\times۲^{۳}\times۶^{۸}$.

مسئله ـ این تقسیم هارا انجام دهید $۴^{۲}:۴^{۶}$ و $۸^{۳}:۸^{۲}$ و $۹^{۲}\times۹^{۴}:۹^{۶}\times۹^{۳}$ و $۲^{۵}:۱۲^{۵}$ و $۶^{۱۳}:۱۸^{۱۳}$ و $۴^{۶}\times۶^{۶}:۳^{۹}\times۸^{۹}$.

بخش پنجم

محاسبه های ذهنی

۹۰ ـ قواعد کلی و عمومی چهار عمل اصلی در اعداد درست و اعداد ده دهی ضمن دو بخش پیش بتفصیل گفته شد ولی برای سرعت عمل و پرورش فکر دانش آموزان درین بخش قاعده هائی برای انجام چهار عمل اصلی بنام محاسبه های ذهنی ذکر میشود و **حتماً لازم است** دانش آموزان را عادت داد علاوه برضبط این قاعده ها هرجا لازم باشد آنها را بکار برند .

استعمال قاعده های محاسبه های ذهنی دارای فواید بسیاری است زیرا این اعمال هر روز در زندگانی مورد احتیاج هر فردی است و همیشه وسائل محاسبه نوشتنی در دست نیست و بعلاوه امروز انسان هرقدر میتواند باید از وقت صرفه جوئی نماید پس لازم است هر اندازه که ممکن است محاسبه های معمولی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم را سریعتر انجام داد :

۱ ـ جمع

۹۱ ـ جمع دو عدد ـ مثال ۱ ـ میخواهیم دو عدد ۹۸ و ۴۳ را با یکدیگر جمع کنیم مجموع ۹۸ و ۴۰ برابر ۱۳۸ و مجموع ۱۳۸ و ۳ برابر ۱۴۱ میگردد پس ۱۴۱ = ۴۳ + ۹۸

مثال ۲ ـ میخواهیم دو عدد ۴۸۲ و ۱۲۷ را با هم جمع کنیم

میگوئیم مجموع ٤٨٢ و ١٠٠ میشود ٥٨٢ و مجموع ٥٨٢ و ٢٠ میشود ٦٠٢ ومجموع ٦٠٢ و ٧ میشود ٦٠٩ پس ٤٨٢ + ١٢٧ = ٦٠٩

مثال ۳ - میخواهیم دوعدد ٧٣٦١ و ٤٥٦ را باهم جمع کنیم گوئیم مجموع ٧٣٦١ و ٤٠٠ میشود ٧٧٦١ و مجموع ٧٧٦١ و ٥٠ میشود ٧٨١١ و مجموع ٧٨١١ و ٦ میشود ٧٨١٧ پس

٧٣٦١ + ٤٥٦ = ٧٨١٧

قاعده - برای جمع دو عدد کافی است بر عدد بزرگتر یکان‌های مختلف عدد کوچکتر را از طرف چپ پی در پی در ذهن اضافه نمود.

طریقه دیگر برای جمع عدد های بزرگ :- مثل - میخواهیم دو عدد ٤٧٩١ و ٢٥٦٤ را بایکدیگر جمع کنیم میگوئیم مجموع ٤٧ صده و ٢٥ صده میشود ٧٢ صده و مجموع ٩١ یکه و ٦٤ یکه میشود ١٥٥ پس مجموع دو عدد مفروض عبارتست از ٧٢ + ١ = ٧٣ و ٥٥ یکه یعنی ٤٧٩١ + ٢٥٦٤ = ٧٣٥٥

قاعده - برای جمع دو عدد بزرگتر از صد هر یک از آنها را بدو جزء یا بیشتر قسمت کرده هر یک از این اجزاء را نظیر به نظیر در ذهن با یکدیگر جمع میکنیم و حاصل جمعها را باهم میفزائیم.

مثال ۱ - میخواهیم دو عدد ٩٢ و ٧٥ را باهم جمع کنیم - نخست عدد ٩٠ را که نزدیک به ٩٢ است با ٧٥ جمع میکنیم میشود ١٦٥ پس ٢ را بآن میفزائیم میشود ١٦٧ یعنی ٩٢ + ٧٥ = ١٦٧

مثال - ۲ - میخواهیم دو عدد ٨٨ و ٧٥ را باهم جمع کنیم نخست عدد ٩٠ را که نزدیک به ٨٨ است و جمع کردن آن با ٧٥

آسان است جمع میکنیم میشود ۱۶۵ سپس دو یکه از آن میکاهیم میشود ۱۶۳ پس ۱۶۳ = ۷۵ + ۸۸

قاعده - اگر یکی از دو عدد جمع کردنی نزدیك به عددیست که به یك یا چند صفر ختم شده باشد عدد ختم شده بصفر را با عدد دیگر جمع نموده و حاصل را باندازه اختلاف تصحیح مینمائیم .

جمع عدد های ده دهی - مثال - میخواهیم دو عدد ۴۷٫۲۳ و ۱۲٫۵۶ را با یکدیگر جمع کنیم میگوئیم مجموع ۴۷ یکه و ۱۲ یکه میشود ۵۹ یکه و مجموع ۲۳ صدم و ۵۶ صدم میشود ۷۹ صدم پس ۵۹٫۷۹ = ۱۲٫۵۶ + ۴۷٫۲۳

قاعده - برای جمع عدد های ده دهی کافیست قسمتهای درست را با یکدیگر وقسمتهای دهدهی رانیز با هم درذهن جمع نمایند نیز میتوان هر یك از عدد های ده دهی رااز جنس کوچکترین مرتبه ده دهی نموده عمل جمع را مانندعدد های درست انجام داد و ممیز را در جای خود گذارد .

۹۲ - **جمع چندین عدد** - هرگاه بخواهیم چندین عددرا باهم جمع کنیم نخست اولین عدد را بادومی در ذهن جمع نموده و حاصل جمع آنها را با عدد سوم جمع میکنیم و عمل را بهمین طریق ادامه میدهیم تاتمام عدد ها جمع گردد

۲ - تفریق

۹۳ - **تفریق عدد های درست** - **مثال** - میخواهیم عدد ۴۵ را از عدد ۹۲ کم کنیم گوئیم مانده ۴۰ از ۹۲ میشود ۵۲ و مانده ۵ از ۵۲ میشود ۴۷ پس ۴۷ = ۴۵ - ۹۲

قاعده ـ برای تفریق عددی از عدد دیگر کافیست از عدد بزرگتر یکان مرتبه های مختلف عدد کوچکتر را از طرف چپ بی‌درپی درذهن کم نمود .

راه دیگر ـ مثال ـ میخواهیم عدد ۷۶ را از ۲۹۱ کم کنیم گوئیم مجموع ۷۶ و ۲٤ میشود ۱۰۰ و مجموع ۱۰۰ و ۱۹۱ میشود ۲۹۱ پس مانده عبارتست از مجموع ۱۹۱ و ۲٤ یعنی ۲۱۵ یعنی

۲۹۱−۷۶=۲۱۵

قاعده ـ برای تفریق عددی از عدد دیگر عددی را می‌جوییم که چون آنرا بر عدد کوچکتر بیافزائیم حاصل برابر عدد بزرگتر شود

راه دیگر ـ مثال۱ـ میخواهیم عدد ۹۳ را از عدد ٤۳۱ کم کنیم گوئیم مانده تفریق ۹۰ از ٤۳۱ برابر ۳٤۱ و عدد تفریق ۳=۹۰−۹۳ از ۳٤۱ برابر ۳۳۸ میشود پس ۴۳۱−۹۳=۳۳۸

مثال ۲ ـ میخواهیم عدد ۸۷ را از عدد ۳٤۱ کم کنیم گوئیم مانده تفریق ۹۰ از ۳٤۱ برابر ۲۵۱ میشود و حاصل جمع ۲۵۱ و ۳=۸۷−۹۰ برابر ۲۵٤ میگردد پس ۳٤۱−۸۷=۲۵٤

قاعده ـ برای تفریق عددی از عدد دیگر باید عدد تام مفروضی را که بعدد کوچکتر نزدیکتر است از عدد بزرگتر کم کرده و حاصل را باندازهٔ اختلاف این عدد با عدد مفروض یا افزودن یا کم کردن تصحیح نمود

تفریق عدد های ده دهی ـ مثال ـ میخواهیم عدد ۹٫٤۲ را از عدد ۷۳٫۶۱ کم کنیم گوئیم مانده تفریق ۹ از ۷۳ میشود ۶٤ و مانده تفریق ٤۲ صدم از ۶۱ صدم میشود ۱۹ صدم پس

۷۳٫۶۱−۹٫٤۲=۶٤٫۱۹

قاعده ـ برای تفریق عدد ده دهی از عدد ده دهی دیگر کافیست قسمت درست را

از قسمت درست و جزء ده دهی را از جزء ده دهی تفریق نمود نیز میتوان هریك از عددهای ده دهی را از جنس کوچکترین مرتبه ده‌دهی نمود وعمل تفریق را مانند عدد های درست انجام داد .

۹۴ ـ متمم یا کم بود عدد ـ مثال ـ میخواهیم عدد ۷۰٤٦ را از ۱۰۰۰۰ کم کنیم صورت عمل چنین است

۱۰۰۰۰
۷۰٤٦
———
۲٤۰٤

چنانکه می بینیم میتوان مانده را با قاعده زیرین بسرعت بدست آورد

قاعده ـ برای کم کردن عدد مفروض ازیکه‌ای که درسمت راست آن بشماره پیکر های عدد مفروض صفر باشد کافی است از سمت چپ شروع نموده هریك از پیکر های عدد مفروض را از ۹ وپیکر یکان آنرا از ۱۰ کم نموده اگر عدد مفروض نیز در سمت راست دارای چند صفر باشد پیکری را که پیش از صفر ها قرار گرفته از ۱۰ کم میکنیم

مثال ـ ۱ ـ میخواهیم عدد ٤۲۰٦۷۰ را از ۱۰۰۰۰۰۰ کم کنیم مانده بدینطریق فوراً بدست میآید:

۹ — ٤ = ۵
۹ — ۲ = ۷
۹ — ۰ = ۹
۹ — ٦ = ۳
۱۰ — ۷ = ۳
۰ — ۰ = ۰

پس ۱۰۰۰۰۰۰ — ٤۲۰٦۷۰ = ۵۷۹۳۳۰

مثال ۲ ـ میخواهیم عدد ٤۵۷٦ را از ٦۰۰۰ کنیم صورت عمل چنین است

٦۰۰۰
٤۵۷٦
———
۱٤۲٤

میتوان مانده را فوراً از روی قاعده زیرین بدست آورد:

قاعده - برای کم کردن عدد مفروضی از عدد دیگر که شماره پیکرهایش برابر پیکرهای عدد مفروض باشد و جز پیکر سمت چپ سایر پیکرهای آن صفر باشد از سمت چپ شروع نموده اولین پیکر عدد کوچکتر را از اولین پیکر عدد بزرگتر منهای یک کم نموده سایر پیکرهای عدد کوچکتر را از ۹ و فقط پیکریکان یا پیکری را که بعد از آن صفر قرار گرفته از ۱۰ کم میکنیم

مثال - میخواهیم عدد ۳۰۲۷٦۰ را از ۸۰۰۰۰۰ کم کنیم گوئیم:

(۸ − ۱) − ۳ = ٤
۹ − ۰ = ۹
۹ − ۲ = ۷
۹ − ۷ = ۲
۱۰ − ٦ = ٤
۰ − ۰ = ۰

پس ۸۰۰۰۰۰ − ۳۰۲۷٦۰ = ٤۹۷۲٤۰

البته دو قاعده اخیر را باید بدون نوشتن نتیجه یعنی بمحض دیدن صورت تفریق مانده را از سمت چپ خواند.

۳ - ضرب

۵۹ - حاصل ضرب عددی در عدد یک پیکری. مثال - میخواهیم عدد ۷٦ را در ۸ ضرب کنیم میگوئیم ۸ ضرب در ۷۰ میشود ۵٦۰ و ۸ ضرب در ٦ میشود ٤۸ پس حاصل ضرب برابر مجموع ۵٦۰ و ٤۸ یعنی ٦۰۸ میباشد یعنی ٦۰۸ = ۸ × ۷٦

قاعده - برای ضرب عددی در عدد یک پیکری هر یک از پیکرهای

مرتبه های مختلف عدد مفروض را از بزرگترین مرتبه پی درپی درآن عدد یك پیکری در ذهن ضرب نموده حاصل ضربها را نیز در ذهن باهم جمع میکنیم.

مثال - میخواهیم عدد ۴۹۵ را در ۷ ضرب کنیم گوئیم ۷ ضرب در ۴۰۰ میشود ۲۸۰۰ و ۷ ضرب در ۹۰ میشود ۶۳۰ و مجموع ۲۸۰۰ و ۶۳۰ میشود ۳۴۳۰ و ۷ ضرب در ۵ میشود ۳۵ و مجموع ۳۴۳۰ و ۳۵ میشود ۳۴۶۵ پس ۴۹۵×۷=۳۴۶۵

راه دیگر — مثال ۱- میخواهیم عدد ۴۳ را در ۸ ضرب کنیم بجای ۸ عدد ۱۰ را در ۴۳ ضرب مینمائیم میشود ۴۳۰ سپس دو برابر ۴۳ را که ۸۶ میباشد از ۴۳۰ کم میکنیم میشود ۳۴۴ پس ۴۳×۸=۳۴۴

مثال ۲ — میخواهیم عدد ۶۳ را در ۴ ضرب کنیم بجای ۶۳ عدد ۶۰ را در ۴ ضرب میکنیم میشود ۲۴۰ سپس بر این عدد ۳ برابر عدد ۴ را که ۱۲ است میافزائیم میشود ۲۵۲ پس
۶۳×۴=۲۵۲

مثال ۳ — میخواهیم عدد ۷۹ را در ۶ ضرب کنیم بجای ۷۹ عدد ۸۰ رادر ۶ ضرب میکنیم میشود ۴۸۰ سپس از ۴۸۰ یك مرتبه ۶ را کم میکنیم میشود ۴۷۴ پس ۷۹×۶=۴۷۴

قاعده - برای ضرب عدد چند پیکری در عدد یك پیکری نزدیك به ۱۰ کافیست ۱۰ را در آن عدد ضرب نموده حاصل را باندازهٔ حاصل ضرب اختلاف بین ۱۰ و عدد یك پیکری مفروض در آن عدد چند پیکری با تفریق تصحیح نمود.

برای ضرب عدد یك پیکری در عدد چند پیکری باید عدد مختوم بصفری را که باین عدد نزدیکتر است درآن عدد یك پیکری ضرب نموده حاصل را چنانکه در ضمن مثالها گفته شد تصحیح کرد.

۹۶ - حاصل ضرب عددی در ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ...

مثال - میخواهیم عدد ۴۵۸ را در ۵۰ ضرب کنیم این عدد را در ۱۰۰ که دو برابر ۵۰ است ضرب میکنیم میشود ۴۵۸۰۰ ولی چون مضروب دو برابر شده حاصل ضرب نیز دو برابر گشته است وبرای یافتن حاصل ضرب منظور باید ۴۵۸۰۰ را تقسیم بر دو نموده میشود ۲۲۹۰۰ پس ۴۵۸×۵۰=۲۲۹۰۰

قاعده - برای ضرب عددی مفروض در ۵ یا ۵۰ یا ۵۰۰ یا ... عدد مفروض را باید در ذهن در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ..... ضرب نموده یعنی ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... صفر در راست آن قرار داده حاصل ضرب را در ذهن بر ۲ قسمت نمود.

۹۷ - حاصل ضرب عددی در ۱۵ و ۱۵۰ و ۱۵۰۰ و .....

مثال - میخواهیم عدد ۳۶۴ را در ۱۵۰۰ ضرب کنیم باید یکمرتبه عدد مفروض را در ۱۰۰۰ و مرتبه دیگر در ۵۰۰ که نصف ۱۰۰۰ است ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کنیم - چه حاصل ضرب عددی در ۵۰۰ نصف حاصل ضرب آن عدد در ۱۰۰۰ است پس ۳۶۴ را در ۱۰۰۰ ضرب میکنیم میشود ۳۶۴۰۰۰ و بمنصف این عدد را که ۱۸۲۰۰۰ است بر آن میفزائیم میشود ۵۴۶۰۰۰ پس ۳۶۴×۱۵۰۰=۵۴۶۰۰۰

قاعده - برای ضرب عددی در ۱۵ یا ۱۵۰ یا ۱۵۰۰ یا ...... آن عدد را در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ...... ضرب کرده یعنی ۱

یا ۲ یا ۳ یا . . . . . صفر در راست آن قرار داده و بر حاصل نصف آنرا میافزائیم .

۹۸ - حاصل ضرب عددی در ۹ و ۱۱ و یا ۱۹ و ۲۱ یا ۲۹ و ۳۱ و . . . .

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۲۷ را در ۱۹ ضرب کنیم - بجای ۱۹ عدد ۲۰ را در ۲۷ ضرب کنیم میشود ۵۴۰ و از این حاصل ضرب ۲۷ را کم میکنیم میشود ۵۱۳ پس ۵۱۳ = ۱۹ × ۲۷

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۴۸ را در ۳۱ ضرب کنیم - بجای ۳۱ عدد ۳۰ را در ۴۸ ضرب میکنیم میشود ۱۴۴۰ سپس بر این حاصل‌ضرب ۴۸ را میفزائیم میشود ۱۴۸۸ پس ۱۴۸۸=۳۱×۴۸

قاعده - برای ضرب عددی در ۹ و ۱۱ و یا ۱۹ و ۲۱ و یا ۲۹ و ۳۱ و . . . . عدد مفروض را در ۱۰ یا ۲۰ یا ۳۰ . . . . . ضرب کرده از حاصل یکمرتبه خود آن عدد را کم میکنیم یا یکبار عدد مفروض را بر حاصل ضرب میفزائیم

۹۹ - حاصل ضرب عددی در ۱۱

مثال - میخواهیم ۵۴۷۹ را درعدد ۱۱ ضرب کنیم - چنانکه میدانیم باید این عدد را در ۱۰ ضرب نموده بر حاصل خود این عددرا افزود یعنی باید ۵۴۷۹۰ را با ۵۴۷۹ جمع نمود صورت عمل چنین است :

```
٥٤٧٩٠
 ٥٤٧٩
------
٦٠٢٦٩
```

چنانکه می بینیم برای بدست آوردن این حاصل جمع یکان عدد مفروض یعنی ۹ را که پیکر یکان حاصل ضرب است مینویسیم سپس

پیکر های یکان و دهگان عدد مفروض را با هم جمع میکنیم میشود ۱۶ = ۹ + ۷ پیکر یکان این حاصل جمع یعنی ۶ پیکر دهگان حاصل ضرب ما میباشد بعد پیکر های دهگان و صدگان عدد مفروض را باهم جمع کرده پیکر دهگان ۱۶ را که باقی مانده بود نیز برآن میافزائیم میشود ۱۲ = ۱ + ٤ + ۷ پیکر یکان این حاصل جمع پیکر صدگان حاصل ضرب مطلوب است وعمل رابهمین ترتیب ادامه میدهیم تا حاصل ضرب بدست آید

قاعده - برای ضرب عددی در ۱۱ آن عدد را نوشته صفری در راست آن قرار میدهیم سپس از سمت راست شروع نموده هر پیکر را با پیکر بعدی جمع نموده یکان حاصل جمع را نوشته و دهگان آنرا (اگر موجود باشد) بحاصل جمع بعد اضافه میکنیم و . . . .

تبصره - در حالت مخصوصی که عدد مفروض دارای دو پیکر است دانش آموزان باید ضرب را در ذهن انجام دهند

۱۰۰ - حاصل ضرب دو عدد واقع بین ۱۰ و ۳۰

مثال - میخواهیم عدد ۱۹ را در ۱۶ ضرب کنیم ـ عمل را میتوانیم چنین بنویسیم

۱۹×۱۶ = ۱۹×(۱۰+۶) = ۱۹×۱۰+(۱۰+۹)×۶ = ۱۹×۱۰+۶×۱۰
+ ٥٤ = ۱۹×۱۰ + ۶×۱۰ + ٥×۱۰ + ٤ = (۱۹+۶+٥)×۱۰ + ٤ =
۳۰×۱۰ + ٤ = ۳۰۰ + ٤ = ۳۰٤

قاعده - برای تعیین حاصل ضرب دو عدد واقع بین ۱۰ و ۳۰ بریکی از این دو عدد پیکر یکان عدد دیگر وپیکر دهگان حاصل ضرب دو پیکر یکان را افزوده در راست این حاصل پیکر یکان حاصل ضرب دو پیکر یکان را مینویسیم .

۱۰۳ - حاصل ضرب ـ عددی در ۲۵ و ۲۵۰ و .....

مثال - میخواهیم عدد ۷٤۳ را در ۲۵۰ ضرب کنیم بجای ۲۵۰ عدد مفروض را در ۱۰۰۰ که چهار برابر ۲۵۰ است ضرب میکنیم میشود ۷٤۳۰۰۰ ولی این حاصل ضرب چهار برابر حاصل ضرب مطلوبست پس برای بدست آوردن حاصل ضرب باید ۷٤۳۰۰۰ را بر ٤ قسمت نمود میشود ۱۸۵۷۵۰ یعنی ۱۸۵۷۵۰ = ۲۵۰ × ۷٤۳

قاعده - برای ضرب عددی در ۲۵ یا ۲۵۰ یا .... آنرا در ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ..... ضرب میکنیم یعنی ۲ یا ۳ یا .... صفر در سمت راست آن قرار داده حاصل را بر ٤ قسمت میکنیم

۱۰۳ - حاصل ضرب عددی در ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا .....

مثال - میخواهیم عدد ۳۸ را در ۱۲۵ ضرب کنیم بجای ۱۲۵ عدد مفروض را در ۱۰۰۰ که هشت برابر ۱۲۵ است ضرب میکنیم میشود ۳۸۰۰۰ سپس برای یافتن حاصل ضرب مطلوب این حاصل‌ضرب‌رابر ۸ قسمت‌میکنیم میشود ٤۷۵۰ پس ٤۷۵۰=۱۲۵×۳۸

قاعده - برای ضرب عددی در ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا .... آنرا در ۱۰۰۰ یا ۱۰۰۰۰ یا.... ضرب کرده یعنی ۳ یا ٤ یا ..... صفر در راست آن قرار میدهیم وحاصل را درذهن بر ۸ قسمت میکنیم

۱۰۳ - تبصره - توجیه چهار قاعدهٔ که در پائین گفته میشود بااستفاده ازقاعده هائی که درپیش گفته شد برعهده دانش آموزان است

قاعده - برای ضرب عددی در ۵ر۰ یا ۰۵ر۰ یا ۰۰۵ر۰ یا ..... کافیست عدد مفروض را در ۵ ضرب کرده سپس از راست آن ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... پیکر جدا نموده ممیز گذاشت نیز میتوان بدواً از سمت راست ۱ یا۲ یا۳ یا ..... پیکرجدا کرده ممیز گذارده سپس حاصل را در۲ ضرب نمود .

قاعده - برای ضرب عددی در ۵ر۱ یا ۱۵ر۰ یا ۰۱۵ر۰ یا .... چنانکه گفته شد نخست آنرا در ۱۵ ضرب میکنیم سپس ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... پیکر ازسمت راست آن جدا کرده ممیز میگذاریم - نیز میتوان بدواً ۱ یا ۲ یا ۳ یا .... پیکر از سمت راست عدد مفروض جدا کرده ممیززده سپس آنرا در ۱۵ ضرب نمود .

قاعده - برای ضرب عددی ۵ر۲ یا ۲۵ر۰ یا ۰۲۵ر۰ یا..... نخست آنراچنانکه گفته شد در ۲۵ ضرب میکنیم سپس ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... رقم ازسمت راست آن جدا کرده ممیز میگذاریم نیز میتوان بدواً ۱ یا ۲ یا ۳ یا .... پیکر ازسمت راست عدد مفروض جدا کرده ممیز گذاشت و سپس آنرا در ۲۵ ضرب نمود

۱۰۴ - حاصل ضرب دوعدد دوپیکری که پیکرهای یکان آنها ۵ باشند

مثال - میخواهیم عدد ۷۵ را در ۹۵ ضرب کنیم - عمل را میتوان چنین نمایش داد :

۹۵ × ۷۵ = (۹۰ + ۵) × (۷۰ + ۵) = (۹۰ × ۷۰) + ۹۰ × ۵ + ۷۰ × ۵ +
۲۵ = (۹۰ × ۷۰) + (۹۰ + ۷۰) × ۵ + ۲۵ = (۹۰ × ۷۰) + (۹ + ۷) × ۵۰ +
۲۵ = (۹ × ۷) × ۱۰۰ + [(۹ + ۷) ÷ ۲] × ۱۰۰ + ۲۵ = [(۹ × ۷) +
(۹ + ۷) ÷ ۲] × ۱۰۰ + ۲۵ = [۶۳ + ۸] × ۱۰۰ + ۲۵ = ۷۱۰۰ + ۲۵ =
۷۱۲۵

قاعده - برای ضرب دو عدد دوپیکری که پیکرهای یکان هردو عدد ۵ باشد برحاصل ضرب دوپیکر دهگان آن دو عدد نصف حاصل جمع آنهارا افزوده و در راست این حاصل عدد ۲۵ را مینویسیم .

اگر مجموع دوپیکر دهگان فرد باشد نصف شفعی آنرا بر حاصل ضرب دو پیکر دهگان افزوده در راست این حاصل بجای ۲۵ عدد

۷۵ را قرار میدهیم (بر دانش آموزانست که قسمت اخیر این قاعده را توجیه نمایند)

۱۰۵ - قاعده - برای ضرب عدد دو پیکری که رقم یکان آن ۵ باشد درخود آن عدد کافیست پیکر دهگان آنرا درمتوالی خودش (یعنی عددی که یك یکه از آن بزرگتر است) ضرب نموده و عدد ۲۵ را در راست آن قرار دهیم

مثال - میخواهیم عدد ۷۵ را در ۷۵ ضرب کنیم ۷ را در ۸ ضرب میکنیم میشود ۵۶ سپس ۲۵ را در راست آن میگذاریم میشود ۵۶۲۵ پس $۷۵^{۲} = ۷۵ \times ۷۵ = ۵۶۲۵$ (توجیه این قاعده نیز بر عهده دانش آموزان است)

۱۰۶ - ضرب عددی درعدد دیگر که حاصل ضرب دو یا سه سازه یك پیکری باشد

مثال - میخواهیم عدد ۷۶ را در ۱۲ ضرب کنیم - میدانیم $۱۲ = ۳ \times ۴$ پس کافیست یك مرتبه ۷۶ را در ۳ ضرب نمودمیشود ۲۲۸ و بعد این حاصل ضرب را در ٤ ضرب کرد میشود ۹۱۲ پس

$۷۶ \times ۱۲ = ۹۱۲$

قاعده - برای ضرب عددی درعدد دیگر که میتوان آنرا بصورت حاصل ضرب دو یا چندین سازه یك پیکری نوشت قاعده آنستکه باید عدد مفروض را دریکی ازآن سازه های یك پیکری ضرب نمودوحاصل ضرب جدید را در سازه دیگر و .... در سازه سوم و .... ضرب میکنیم .

٤ - تقسیم

۱۰۷ - تقسیم - عدد دو یاسه پیکری بر عدد یک پیکری

مثال - میخواهیم عدد ۱۹۵ را بر ۸ قسمت کنیم - گوئیم $۱۹۵=۱۶۰+۳۵$ حال خارج قسمت ۱۶۰ بر ۸ برابر ۲۰ میباشد $۱۶۰:۸=۲۰$ از طرف دیگر $۳۵=(۸\times۴)+۳$ پس $۱۹۵=۸\times(۲۰+۴)+۳=۸\times۲۴+۳$ خارج قسمت برابر ۲٤ و باقیمانده ۳ است .

قاعده - برای تقسیم عدد دو یا سه پیکری بر عدد یك پیکری بزرگترین دهگان موجود در مقسوم را که بر مقسوم علیه قابل قسمت بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و آنچه را که از مقسوم باقی میماند نیز برمقسوم علیه تقسیم مینمائیم مجموع دوخارج قسمت برابرخارج قسمت مطلوب و مانده تقسیم دویم همان مانده تقسیم اصلی میباشد .

۱۰۸ - تقسیم - عددی برعدد دیگر که برابر حاصل ضرب چندین عدد باشد

مثال - میخواهیم عدد ۶۷۵ را برعدد ۱۵ قسمت کنیم . چون $۳\times۵=۱۵$ کافیست بدوا عدد ۶۷۵ را بر ۵ قسمت کنیم میشود ۱۳۵ حال این خارج قسمت را بر ۳ تقسیم میکنیم میشود ٤۵ پس

$$۶۷۵=۱۵\times٤۵$$

قاعده - برای تقسیم عددی مفروض برعدد دیگر که برابرحاصل ضرب چندین سازه یك پیکری باشد کافیست عدد مفروض را بر یکی از آن سازه ها قسمت کرده و خارج قسمت را بر عدد دیگر تقسیم نمود و . . . . . آخرین خارج قسمت عبارتست از خارج قسمت مطلوب .

۱۰۹ - تقسیم عددی بر ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ....

مثال - میخواهیم عدد ۷۴۳۶ را بر ۵۰ قسمت کنیم بجای ۵۰ عدد ۱۰۰ را که دو برابر ۵۰ است بجای مقسوم علیه اختیار نموده ۷۴۳۶ را بر ۱۰۰ قسمت میکنیم میشود ۷۴٫۳۶ اما این عدد نصف خارج قسمت مطلوب میباشد پس خارج قسمت ما برابر ۷۴٫۳۶×۲=۱۴۸٫۷۲ خواهد بود یعنی ۷۴۳۶=۵۰×۱۴۸٫۷۲

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ...... کافیست از راست آن عدد ۱ یا ۲ یا ۳ ..... پیکر جدا کرده ممیز گذاشت وعددی را که بدین ترتیب بدست میآید در ذهن دو برابر کنیم نیز میتوان بدواً عدد مفروض را دو برابر کرد سپس از راست آن ۱ یا دو یا ۳ ...... پیکر جدا کرده ممیز گذاشت .

۱۱۰ - تقسیم - عددی بر ۲۵ یا ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا ......

مثال - میخواهیم عدد ۱۴۷۳۶ را بر ۲۵۰ قسمت کنیم بجای ۲۵۰ عدد ۱۰۰۰ را که ٤ برابر آنست اختیار کرده مقسوم بر ۱۰۰۰ تقسیم میکنیم میشود ۱٤٫۷۳۶ ولی این خارج قسمت چهار دفعه کوچکتر از خارج قسمت مطلوبست پس برای یافتن خارج قسمت مطلوب کافیست عدد ۱٤٫۷۳۶ را در ٤ ضرب نمود میشود ۵۸٫۹٤٤ پس ۱٤۷۳۶=۲۵۰×۵۸٫۹٤٤

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۲۵ یا ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا ..... کافیست ۲ یا ۳ یا ٤ ...... پیکر از سمت راست آن جدا کرده ممیز گذاشت سپس عددی را که بدین طریق بدست آمده درذهن در ٤ ضرب نموده - نیز میتوان بدواً عدد مفروض را در ذهن در ٤ ضرب کرد سپس از راست آن ۲ یا ۳ یا ٤ یا .... پیکر جدا کرده ممیز گذاشت .

۱۱۲ - تقسیم - عددی بر ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا ۱۲۵۰۰ یا .....

مثال - میخواهیم ۴۹۲۷ را بر ۱۲۵ قسمت کنیم بجای ۱۲۵ عدد ۱۰۰۰ را که ۸ برابر آنست اختیار کرده عدد ۴۹۲۷ را بر ۱۰۰۰ تقسیم میکنیم میشود ۴٫۹۲۷ ولی این خارج قسمت ۸ دفعه کوچکتر از خارج قسمت مطلوب است و برای یافتن آن خارج قسمت کافیست عدد ۴٫۹۲۷ را در ۸ ضرب نمود میشود ۳۹٫۴۱۶

پس ۴۹۲۷=۱۲۵×۳۹٫۴۱۶

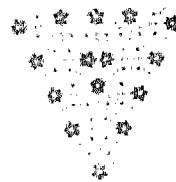
قاعده - برای تقسیم عددی بر ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا ۱۲۵۰۰ یا ..... کافیست ۳ یا ۴ یا ۵ یا ..... رقم از سمت راست آنجدا کرده ممیز زد سپس عددی را که بدین ترتیب بدست آمده در ذهن در ۸ ضرب نمود نیز میتوان بدواً عدد مفروض را در ذهن در ۸ ضرب کرده سپس از راست آن ۳ یا ۴ یا ۵ یا ..... رقم جدا کرده ممیز گذاشت

۱۱۳ - تبصره - دانش آموزان بدون قاعده را که در زیر گفته میشود با استفاده از قاعده هائی که در بالا گفته شد توجیه نمایند.

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۰٫۵ یا ۰٫۰۵ یا ۰٫۰۰۵ یا ..... کافیست ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... صفر در راست آن گذارده عددی را که بدین طریق بدست میآید دو برابر کرد و نیز میتوان نخست عدد مفروض را دو برابر نموده سپس ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... صفر در راست آن قرار داد.

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۲٫۵ یا ۰٫۲۵ یا ۰٫۰۲۵ یا ..... عدد مفروض را بر ۱۰ یا ۱ یا ۰٫۱ یا ..... تقسیم کرده خارج قسمت را در ۴ ضرب نمود.

مسئله ها

مسئله ۱ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید ۱۸+۲۳ و ۹۱+۳۵
۴۸+۲۷ و ۳۶+۸۶ و ۴۰+۳۹ و ۸۴+۹۷ و ۷۲+۳۸ و ۹۵+۴۹
و ۹۸+۷۳ و ۳۶+۴۷ و ۷۹+۲۷ و ۹۳+۳۹

مسئله ۲ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید. ۳۶+۱۴۳ و ۲۵۹+۸۰
۳۶+۷۳۳ و ۴۸۱+۹۵ و ۴۹+۳۸۶ و ۶۴+۵۰۸ و ۳۰۹+۹۷ و ۹۱+۴۸۰
۵۰+۳۹۶ و ۹۸+۴۸۶ و ۳۹+۷۴۵ و ۸۷+۷۸۷

مسئله ۳ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید:
۴۵۶+۲۹۸ و ۴۸۶+۳۰۹ و ۳۵۲+۹۸۱ و ۳۶۳+۴۵۰ و
۹۰۸+۸۰۹ و ۵۸۶+۳۴۱ و ۷۶۳+۴۵۸ و ۳۴۹+۷۳۱ و ۵۰۸+
۳۴۲ و ۷۶۹+۸۴۳ و ۱۹۲+۲۹۱ و ۴۰۶+۷۵۸

مسئله ۴ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید:
و ۵۴۳+۷۳۵۲ و ۳۴۹+۲۳۷۸ و ۴۵۸+۴۷۳۶ و ۱۳۸+۲۵۸۱
۲۸۶+۴۵۳۹ و ۷۸۴۳+۹۶۰ و ۳۶۸۴+۷۲۲ و ۸۰۳+۴۵۲۱ و
۴۲۵+۵۰۳۵ و ۸۴۱۲+۹۵۱ و ۴۸۹۹+۳۰۸ و ۳۹۶+۳۶۸۴

مسئله ۵ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید — ۳۴۹۰+۳۷۶۴ و
۲۷۴۵+۵۷۹۲ و ۱۲۹۳+۸۳۲۸ و ۶۸۴۹+۴۴۸۲ و ۴۰۹۳+۳۲۸۱ و
۷۵۰۰+۸۰۳۶ و ۳۳۶۸+۹۸۰۴ و ۸۳۹۷+۴۵۰۳ و ۹۳۳۳+۵۸۲۸
۷۳۱۶+۹۳۲۵ و ۶۴۹۷+۳۳۸۶ و ۸۹۵۳+۸۴۷۹

مسئله ۶ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید — ۳٫۳۹+۱۴٫۸
۲۹٫۱۸+۱۷۱٫۲ و ۱۴٫۸۶+۱۲٫۳۱ و ۱۷٫۵۳+۲۹٫۴۳ و ۱۴٫۸۳+
۱۵۸٫۶ و ۴۳۹+۱۵۳٫۸ و ۱۳٫۰۸+۱۸۴٫۶ و ۱۸٫۴۵+۹۳۴٫۸ و
۳٫۷۲۲+۲۳٫۸۴ و ۳٫۵۳+۰٫۹۷۶.

مسئله ۷ - این تفریق ها را در ذهن انجام دهید — ۱۷ — ۴۲ و
۳۵ — ۸۶ و ۲۷ — ۴۹ و ۴۵ — ۱۸۶ و ۳۹ — ۳۹ و ۴۸ — ۹۳ و ۷۴ — ۱۲۵
و ۴۰ — ۳۸۹ و ۸۸ — ۵۹۳ و ۷۷ — ۳۸۳ و ۳۷۱ — ۴۵۳ و ۳۰۸ — ۵۹۸
۷۹ — ۸۸۸ و ۳۸۶ — ۴۵۹ و ۷۳۶ — ۹۸۱ و ۶۰۹ — ۹۰۸ و ۳۰۳ — ۵۷۶

۳۰۹ — ۷۴۳ و ۲۸۹ — ۴۵۱ و ۸۰۴ — ۹۵۲ و ۷۸۷ — ۸۷۸ و ۲۷۳ — ۳۷۲
۸۰۴ — ۹۵۲

مسئلهٔ ۸ — هریك از عدد های زیر را از ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۳۰۰ و .... و ۹۰۰ در ذهن کم نموده و حاصل تفریق را بنویسید ۴۳ و ۲۸ و ۲٫۱۱ و ۴٫۳۲ و ۱۷٫۵۶ و ۴۹٫۱۲ و ۲۷٫۰۶ و ۵۸٫۴۸ و ۱۸٫۴۵ و ۱۰٫۴۳۶ و ۲۹٫۰۰۸ و ۸۹٫۰۴

مسئلهٔ ۹ — هریك از عدد های زیر را از ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ ...... و ۹۰۰۰ در ذهن کم نموده و حاصل را بنویسید — ۲۸۳ و ۱۲۵ و ۹۳ و ۴۳ و ۲۸ و ۷۶۴ و ۴۵۹ و ۷۰۶٫۰۹۳ و ۲۴٫۰۰۲ و ۲۰۹٫۸ و ۷۰۰٫۰۰۷ و ۲۷۳٫۴۸۹ و ۴۵۲٫۸۰۶

مسئلهٔ ۱۰ — هریك از عدد های زیر را درذهن درعدد های ۲ و ۳ و ۴ و ... و ۸ و ۹ ضرب کنید ۱۲ و ۱۷ و ۲۵ و ۴۳ و ۲۷ و ۳۹ و ۱۹ و ۲۹ و ۵۶ و ۹۷ و ۶۹ و ۴۵ و ۷۹ و ۳۷ و ۷۳ و ۶۷ و ۴۵۷ و ۲۷۴ و ۱۰۷ و ۳۰۸ و ۱۱۷ و ۴۰۵ و ۹۱۴ و ۳۶۶ و ۷۴۱ و ۳۸۴ و ۹۰۹ و ۷۴۸

مسئلهٔ ۱۱ — هریك ازعدد های زیررا: ۱۲ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۹ و ۲۵ و ۳۲ و ۳۷ و ۴۵ و ۵۶ و ۶۸ و ۷۳ و ۹۳ و ۱۷۵ و ۲۸۶ و ۴۵۳ و ۲۷۹ و ۳۴۶ و ۵۸۲ و ۷۳۹۲ و ۹۴۶۲ و ۲۰۷۶ و ۹۰۰۹ و ۳۸۰۱ و ۲۳٫۰۵ و ۱۹٫۷۹ و ۱۴٫۳۸ و ۷۲۵٫۷۵ و ۴۹۲٫۳۶ و ۱۸٫۹۶ و ۹۸۳٫۳۶ و ۷۹۳٫۱۸ و ۲۳۶٫۰۹ در ذهن در ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئلهٔ ۱۲ — هریك ازعدد های مسئله پیش را درذهن در ۱۵ و ۱۵۰ و ۱۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئلهٔ ۱۳ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۲۵ و ۲۵۰ و ۲۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئلهٔ ۱۴ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۱۲۵ و ۱۲۵۰ و ۱۲۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئله ۱۵ — هریك از عدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۰ر۵ و ۰ر۰۵ و ۰ر۰۰۵ ضرب کنید

مسئله ۱۶ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در عدد های ۱ر۵ ۰ر۱۵ و ۰ر۰۱۵ و .... ضرب کنید

مسئله ۱۷ — هریك از عدد های مسئله ۱۱ را درذهن در ۲ر۵ و ۰ر۲۵ و ۰ر۰۲۵ و .... ضرب کنید

مسئله ۱۸ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۱۲ر۵ ۱ر۲۵ و ۰ر۱۲۵ و .... ضرب کنید

مسئله ۱۹ — هریك از عدد های مسئله ۱۱ را درذهن در ۱۹ و ۲۱ و ۲۹ و ۳۱ و ۳۹ و ۴۱ و ...... ۸۹ و ۹۱ و ۹۹ ضرب کنید.

مسئله ۲۰ — هریك از عدد های بین ۱۰ و ۲۰ را در ذهن خود ضرب نموده حاصل را بخاطر بسپارید

مسئله ۲۱ — هریك از عدد های ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ...... و ۱۹ را در هریك از عدد های بین ۱۰ و ۱۹ در ذهن ضرب کنید

مسئله ۲۲ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درهریك از عدد های جدول ضرب فیثاغورث در ذهن ضرب نمائید

مسئله ۲۳ — هریك از عدد های ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ و ۴۵ و ۵۵ و ۶۵ و ۷۵ و ۸۵ و ۹۵ را در هریك از عدد های ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ و ۴۵ و ۵۵ و ۶۵ و ۷۵ و ۸۵ و ۹۵ در ذهن ضرب کنید

مسئله ۲۴ — هریك از این اعداد را ۹۲ و ۸۹ و ۷۶ و ۶۳ و ۵۷۹ و ۵۴ و ۲۳ و ۴۲۸ و ۴۰۷ و ۳۱۲ و ۲۷۹ و ۱۲۸ و ۵۶۲ و ۱۹۳ و ۱۹۵ و ۵۵۵ و ۷۷۷ و ۴۸۳ و ۹۱۶ و ۸۴۶ و ۸۱۳ و ۹۹۹ و ۸۷۸ و ۹۱۸ را بر هریك از عدد های ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ قسمت کنید و خارج قسمت و مانده تقسیم را بیابید

مسئله ۲۵ — هریك از عدد های ۲۱۰ و ۴۲۰ و ۶۳۰ و ۸۴۰ را بر هریك از عدد های ۲۱ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۰ و ۷ و ۶ و ۵ و ۳ و ۳۰ و ۳۵ و

۴۲ و ۷۰ و ۱۰۵ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بدست آورید.

مسئله ۲۶ — هریك از عدد های ۸۴۰ و ۱۶۸۰ و ۲۵۲۰ را برهریك از عدد های ۴و۵ و ۶و۷ و ۲۰ و ۲۴ و ۲۸ و ۳۰ و ۳۵ و ۴۲ و ۱۲۰ و ۱۴۰ و ۱۶۸ و ۲۱۰ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بیابید

مسئله ۲۷ — هریك از عدد های ۳۰۲۴ و۹۰۷۲ و ۱۵۱۲۰ را بر هر یك از عدد های ۶۳ و ۵۶ و ۵۴ و ۴۸ و ۴۲ و۹ و۸ و۷ و۶ و ۵۰۴ و ۴۴۲ و ۳۷۸ و ۳۳۶ و ۷۲ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بیابید

مسئله ۲۸ — هر یك ازعدد های ۴۲ و۷۳ و ۹۶ و ۱۲۷ و ۲۳۵ و ۴۰۷ و ۵۶۳ و۷۴۳ و ۹۰۱و ۹۷۳ و ۱۲۳۵ و ۴۷۰۱ و ۵۲۷۸و ۵۰۲۹ و ۴۶۷۸ و ۱۴۷۰۸ و ۲۳۹۱۲ و ۳۸۹۴۵ و ۷۴۲۰۳ را بر ۵ و۵۰و۵۰۰و و ..... در ذهن تقسیم نمائید .

مسئله ۲۹ — هریك از عدد های مسئله پیش را درذهن بر ۲۵و ۲۵۰ و ۲۵۰۰ و ...... در ذهن تقسیم نمائید

مسئله ۳۰ — هریك ازعدد های مسئله ۲۸ را بر٥ر۰ و ٥۰ر۰ و٥۰۰ر۰ در ذهن قسمت کنید .

مسئله ۳۱ — هر یك ازعدد های مسئله ۲۸ رابر ٥ر۲ و۲٥ر۰و۲٥۰ر۰ و ..... در ذهن تقسیم کنید .

مسئله ۳۲ — هر یك ازعدد های مسئله ۲۸ را درذهن بر ٥ر۱۲و۱۲٥ر۱ و ۱۲٥ر۰ تقسیم کنید .

بخش ششم

خاصیت های عدد ها

۱ - قابلیت تقسیم

۱۱۳ - تعریف - هرگاه ماندهٔ تقسیم عدد درست بر عدد درست دیگر صفر باشد گویند عدد نخستین بر عدد دوم قابل قسمت است و یا مضربی از آن میباشد - هم چنین میتوان گفت که عدد دوم عدد نخستین را عاد مینماید

مثال - چون ماندهٔ تقسیم عدد ۲۷ بر عدد ۳ صفر میباشد گوئیم ۲۷ بر ۳ قابل قسمت است و یا ۲۷ مضربی است از ۳ و یا بالاخره عدد ۳ عدد ۲۷ را عاد مینماید

در حساب قاعده هائی موجود است که بواسطهٔ آن بدون انجام عمل تقسیم میتوان ماندهٔ تقسیم عددی را بر بعضی عدد ها تعیین نمود و واضح است که اگر ماندهٔ این تقسیم برابر صفر باشد عدد نخستین بر عدد دوم قابل قسمت است - پس از روی قاعده های قابلیت تقسیم میتوان دانست آیا عددی بر عدد دیگر قابل قسمت است یا نه و در صورتیکه قابل قسمت نباشد ماندهٔ تقسیم را بدون انجام عمل بدست آورد .

قاعده های قابلیت تقسیم عدد ها بر چند اصل گذارده شده که آنها را با ذکر مثال توضیح میدهیم

۱۱۴ - اصل ۱ - هرگاه چند عدد بر یک عدد قابل قسمت باشند

مجموع آنها نیز بر آن عدد قابل قسمت است بعبارهٔ دیگر هر گاه عدد مفروضی چندین عدد را عاد کند مجموع آنها را نیز عاد مینماید

مثال - عدد های ٤٥ و ٩و٢٧ و ٨١ بر ٩ قابل قسمت میباشندوچنانکه‌دیده‌میشودمجموع‌این عددها یعنی ٤٥+٩+٢٧+٨١=١٦٢ بر ٩ قابل قسمت است ١٦٢=٩×١٨

نتیجه - اگر عددی بر عدد دیگر قابل قسمت باشد هر مضربی از عدد نخست نیز بر عدد دوم قابل قسمت است

مثال - عدد ٧٥ بر ١٥ قابل قسمت است پس عدد

٧×٧٥=٧٥+٧٥+٧٥+٧٥+٧٥+٧٥+٧٥=٥٢٥

نیز بر ١٥ قابل قسمت است وچنانکه دیده میشود ٥٢٥=١٥×٣٥

۱۱۵ - اصل ۳ - اگر دو عدد بر عدد سوم قابل قسمت باشند تفاضل آن دو عدد نیز برعدد سوم قابل قسمت است

مثال - دوعدد ٩٦ و٦٤ بر ١٦ قابل قسمت میباشند چنانکه دیده میشود تفاضل آنها یعنی عدد ٩٦−٦٤=٣٢ نیز بر١٦ قابل قسمت است ٣٢=١٦×٢

۱۱۶ - اصل ۳ - هر گاه از دو عدد مفروض یکی برعددسوم قابل قسمت بوده و دیگری بر آن قابل قسمت نباشد مجموع آن دو عدد نیز برعدد سومی قابل قسمت نبوده وماندهٔ این تقسیم برابر ماندهٔ تقسیم عدد غیر قابل قسمت است بر عدد سوم

مثال - عدد ٢٨ بر ٧ قابل قسمت است ولی عدد ٣٢ بر ٧ قابل قسمت نبوده ماندهٔ آن برابر ٤ است و چنانکه دیده میشودمجموع این دوعدد یعنی ٢٨+٣٢=٦٠ نیز بر٧ قابل قسمت نبوده وماندهٔ تقسیم آن بر ٧ برابر ٤ است ٦٠=٧×٨+٤

نتیجه - اگر مجموع مانده های تقسیم چندین عدد بر عدد مفروض بر این عدد قابل قسمت باشد مجموع آن عددها نیز بر این عدد قابل قسمت است .

مثال - عددهای ۲۰ و ۳۲ و ۴۵ و ۵۶ و ۲۹ را بر ۷ قسمت میکنیم : میشود

۲۰=۷×۲+۶ و ۳۲=۷×۴+۴ و ۴۵=۷×۶+۳ و ۵۶=۷×۸+۰ و ۲۹=۷×۴+۱

مانده ها بترتیب عبارتند از ۶ و ۴ و ۳ وصفر و ۱ ومجموع مانده ها یعنی ۶+۴+۳+۰+۱=۱۴ بر ۷ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود مجموع ۲۰+۳۲+۴۵+۵۶+۲۹=۱۸۲ بر ۷ قابل قسمت است ۱۸۲=۷×۲۶

۱۱۷ - اصل ۴ - اگر مانده های تقسیم دو عدد بر عدد سوم برابر باشند تفاضل آن دو عدد نیز بر عدد سوم قابل قسمت است

مثال - مانده های تقسیم دوعدد ۲۰ و ۴۶ بر ۱۳ برابر می باشند:

۲۰=۱۳×۲+۷   ۴۶=۱۳×۳+۷

وچنانکه دیده میشود تفاضل این دو عدد یعنی ۴۶ ۲۰=۲۶ بر ۱۳ قابل قسمت است ۲۶=۱۳×۲

۱۱۸ - اصل ۵ - هرگاه دوعدد داشته باشیم که هیچ عددی جز یك هر دوی آنها را عاد ننماید (چنانکه بعد خواهیم دید چنین دو عددی را نسبت بهم اول گویند) و عددی بر هر یك از این دو عدد قابل قسمت باشد این عدد بر حاصل ضرب دوعدد مفروض نیز قابل قسمت است

مثال - دوعدد ۳۵ و ۱۲ نسبت بیکدیگر اولند یعنی هیچ عددی غیر از یك هر دو آنها را عاد نمی نماید یا بعبارة دیگر مقسوم علیه مشترکی جز یك ندارند - حال عدد ۸۴۰ را در نظر میگیریم که بر هر دو عدد ۳۵ و ۱۲ قابل قسمت است

۸٤۰=۱۲×۷۰   ۸٤۰=۳۵×۲٤

چنانکه - میبینیم عدد ۸٤۰ برحاصل ضرب ۱۲ و ۳۵ یعنی
۴۲۰ = ۳۵ × ۱۲ نیزقابل قسمت است : ۲ × ۴۲۰ = ۸٤۰

بعلاوه دیده میشود که چون ۸٤۰ بر ٤ × ۳ = ۱۲ قابل قسمت میباشد برهریك ازدوعدد ۳ و ٤ قابل قسمت است

۸٤۰=۳×۲۸۰   ۸٤۰=٤×۲۱۰

پس میتوان این نتیجه را بدست آورد:

نتیجه - هرگاه عددی برحاصل ضرب‌دوعدد دیگر قابل قسمت باشد بهریك از آن دوعدد قابل قسمت است.

حال بااستفاده ازاین اصل‌ها قاعده هائی برای قابلیت تقسیم برعدد های ۲و۳و٤و۵و٦و۸و۹و۱۰و۱۱ و... ذکر میکنیم

۱۱۹ - قابلیت تقسیم بر۲و۵ - میدانیم ۱۰ = ۲ × ۵ پس‌بموجب اصل ۱ یانتیجه اصل ۵ مضربهای ۱۰ بر۲ و ۵ قابل قسمت میباشند - پس هرعددی که پیکر یکان آن صفرباشد چون مضربی است از ۱۰ بر۲ وبر۵ قابل قسمت است -

مثال - عدد های ۷۰ و ۹۳۲۰ که مضربهائی از ۱۰ می باشند (پیکر یکان آنها صفر است) بر۲ و ۵ قابل قسمت میباشند

۷۰=۲×۳۵=۵×۱٤

۹۳۲۰=۲×٤٦٦۰=۵×۱۸٦٤

هر عددی را که مضربی از ۱۰ نباشد میتوان بحاصل جمع دو جزء که یکی مضربی از ۱۰ و دیگری عددی کوچکتر از ۱۰ باشد تبدیل نمود - مثلا عدد ۷٤۸ را میتوان چنین نوشت ۸ + ۷٤۰ = ۷٤۸ که در آن ۷٤۰ مضربی از ۱۰ و ۸ عددی است کوچکتر از ۱۰ - چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ۱۰ و بنا براین بر۲ و ۵ قابل قسمت میباشد پس

بموجب اصل ۱ برای آنکه عدد مفروض بر ۲ یا ٥ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم که پیکر یکان عدد است بر دو یا ٥ قابل قسمت باشد - پس :

قاعده - هرگاه پیکر یکان عددی بر ۲ یا ٥ قابل قسمت باشد آن عدد نیز بر ۲ یا ٥ قابل قسمت است - بین عددهای یك پیکری فقط صفر و ٥ بر ٥ قابل قسمت میباشند - پس :

قاعده - هر عددی که پیکر یکان آن صفر یا ٥ باشد بر ٥ قابل قسمت است بین عددهای یك پیکری صفر و ۲ و ٤ و ٦ و ۸ بر ۲ قابل قسمت میباشند - پس :

قاعده - هر عددی که پیکر یکان آن صفر یا ۲ یا ٤ یا ٦ یا ۸ باشد بر ۲ قابل قسمت است و عدد قابل قسمت بر ۲ را زوج یا جفت خوانند -

ماندهٔ تقسیم عددی بر ۲ یا ٥ - با در نظر گرفتن قاعده قابلیت تقسیم عددها بر ۲ یا ٥ دو اصل ۳ معلوم میشود که ماندهٔ تقسیم عددی بر ۲ یا ٥ عبارتست از ماندهٔ تقسیم پیکر یکان آن عدد بر ۲ یا ٥

مثال - ماندهٔ تقسیم عدد ۷۲۹ بر ۲ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۹ بر ۲ که برابر یك است ۱ + ۳٦٤ × ۲ = ۷۲۹ و ماندهٔ تقسیم عدد ۳٦۸ بر ٥ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۸ بر ٥ که برابر ۳ است

۳٦۸ = ٥ × ۷۳ + ۳

۱۳۰ - قابلیت تقسیم بر ٤ و ۲٥ - میدانیم ۱۰۰ = ۲٥ × ٤ پس هر عددی که مضربی از ۱۰۰ باشد یعنی هر عددی که دو پیکر سمت راست آن صفر باشد بر ٤ و ۲٥ قابل قسمت است

مثال - عددهای ۸۳۰۰ و ۲۰٥۰۰ که مضربهائی از ۱۰۰ میباشند (پیکرهای یکان و دهگان آنها صفر است) بر ٤ و ۲٥ قابل قسمت میباشند :

۸۳۰۰ = ٤ × ۲۰۷٥ ، ۸۳۰۰ = ۲٥ × ۳۳۲ و ۲۰٥۰۰ = ٤ × ٥۱۲٥ ، ۲۰٥۰۰ = ۲٥ × ۸۲۰

هر عددی را که مضربی از ۱۰۰ نباشد میتوان بحاصل جمع مضربی

از ۱۰۰ وعددی کوچکتر از ۱۰۰ تبدیل نمود مثلاعدد ۸۳۴۲۷ را میتوان چنین نوشت $۸۳۴۲۷ = ۸۳۴۰۰ + ۲۷$ که درآن ۸۳۴۰۰ مضربی است از ۱۰۰ و ۲۷ عددی است کوچکتر از ۱۰۰ -

چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ۱۰۰ وبنابراین بر ۴ و ۲۵ قابل قسمت میباشد پس بموجب اصل ۱ برای آنکه عدد مفروض بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم یعنی عددی که از دو پیکر سمت راست عدد مفروض تشکیل می‌یابد بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد -

قاعده - هرگاه عددی که از دو پیکر سمت راست عدد مفروض تشکیل می یابد بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد عدد مفروض نیز بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت است

مثال - عدد ۷۶۴ بر ۴ قابل قسمت است زیرا $۶۴ = ۴ \times ۱۶$ و چنانکه می بینیم $۷۶۴ = ۴ \times ۱۹۱$ همچنین عدد ۷۰۶۷۵ بر ۲۵ قابل قسمت است زیرا $۷۵ = ۲۵ \times ۳$ وچنانکه می‌بینیم

$$۷۰۶۷۵ = ۲۵ \times ۲۸۲۸$$

ماندهٔ تقسیم عددی بر ۴ یا ۲۵ - با در نظر گرفتن قاعدهٔ قابلیت تقسیم عدد بر ۴ و ۲۵ واصل ۳ معلوم میشود که ماندهٔ تقسیم عددی بر ۴ یا ۲۵ عبارتست ازماندهٔ تقسیم عدد دو پیکری سمت راست آن بر ۴ یا ۲۵

مثال - ماندهٔ تقسیم عدد ۹۲۷ بر ۴ عبارتست ازماندهٔ تقسیم ۲۷ بر ۴ که برابر ۳ میباشد $۹۲۷ = ۴ \times ۲۳۱ + ۳$ وماندهٔ تقسیم ۶۹۲ بر ۲۵ عبارتست ازماندهٔ تقسیم ۹۲ بر ۲۵ که برابر ۱۷ میباشد وچنانکه می بینم $۶۹۲ = ۲۵ \times ۲۷ + ۱۷$

۱۳۱ - قابلیت تقسیم بر ۸ و ۱۲۵ - میدانیم $۱۰۰۰ = ۱۲۵ \times ۸$

پس هرعددی که مضربی از ١٠٠٠ باشد یعنی سه پیکر سمت راست آن صفر باشد بر ٨ و ١٢٥ قابل قسمت است

مثال ـ عدد ٢٨٣٠٠٠ بر ٨ و ١٢٥ قابل قسمت است زیرا این عدد مضربی است از ١٠٠٠

٨٢٣٠٠٠ = ٨ × ١٠٢٨٧٥ = ١٢٥ × ٦٥٨٤

هرعددی را که مضربی از ١٠٠٠ نباشد میتوان بحاصل جمع مضربی از ١٠٠٠ وعددی کوچکتر از ١٠٠٠ تبدیل نمود مثلا عدد ٢٣٤٥٦٧ را میتوان چنین نوشت ٢٣٤٥٦٧ = ٢٣٤٠٠٠ + ٥٦٧ که در آن ٢٣٤٠٠٠ مضربی است از هزار و ٥٦٧ عددیست کوچکتر از ١٠٠٠

چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ١٠٠٠ وبنابراین بر ٨ و ١٢٥ قابل قسمت میباشد پس بموجب اصل ١ برای آنکه عدد مفروض بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم یعنی عددی که از سه پیکر سمت راست عدد مفروض تشکیل می‌یابد بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت باشد

قاعده ـ هرگاه عددی که از سه پیکر سمت راست عدد مفروضی تشکیل می‌یابد بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت باشد عدد مفروض نیز بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت است

مثال ـ عدد ٤٢٧٢٨ را بر ٨ قابل قسمت است زیرا: ٧٢٨ = ٨ × ٩١ وچنانکه می‌بینیم: ٤٢٧٢٨ = ٨ × ٥٣٤١ همچنین عدد ٢٦٥٨٧٥ بر ١٢٥ قابل قسمت زیرا: ٨٧٥ = ١٢٥ × ٧ وچنانکه می‌بینیم ٢٦٥٨٧٥ = ١٢٥ × ٢١٢٧

ملاحظهٔ تقسیم عددی بر ٨ و ١٢٥ ـ بدرنظر گرفتن قاعده قابلیت تقسیم عددی بر ٨ و ١٢٥ و اصل ٣ معلوم میشود که مانده تقسیم عددی بر ٨ و ١٢٥ عبارتست از ماندهٔ تقسیم عدد سه پیکری سمت راست آن بر ٨ و ١٢٥

مثال - ماندهٔ تقسیم ۸۴۳۷ بر ۸ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۴۳۷ بر ۸ که برابر ۵ میباشد و چنانکه میبینیم ۵ + ۱۰۵۴ × ۸ = ۸۴۳۷
همچنین ماندهٔ تقسیم ۳۴۲۷۸ بر ۱۲۵ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۲۷۸ بر ۱۲۵ که برابر ۲۸ میباشد و چنانکه دیده میشود

۳۴۲۷۸ = ۱۲۵ × ۲۷۴ + ۲۸

۱۳۳ - قابلیت تقسیم بر ۹ و ۳ - میدانیم ماندهٔ تقسیم یکه هر مرتبه بر ۹ برابر یك میباشد یعنی :

۱ = ۰ × ۹ + ۱ و ۱۰ = ۱ × ۹ + ۱ و ۱۰۰ = ۱۱ × ۹ + ۱ و ۱۰۰۰ = ۱۱۱ × ۹ + ۱ ....

حال اگر هریك ازاین یکان را دریکی از عدد های ۲ و ۳ و . . . ۸ و ۹ ضرب کنیم ماندهٔ تقسیم این عددها بر ۹ بترتیب برابر ۲ و ۳ و . . . و ۸ و ۹ خواهد بود - مثلا :

۷۰۰۰ = ۷۷۷ × ۹ + ۷   ۳۰۰ = ۳۳ × ۹ + ۳   ۸۰ = ۸ × ۹ + ۸

بعلاوه هر عددی را میتوان بحاصل جمع مرتبه های مختلف آن تبدیل نمود مثلا عدد ۷۳۲۶ را میتوان چنین نوشت :

۷۳۲۶ = ۷۰۰۰ + ۳۰۰ + ۲۰ + ۶

میدانیم مانده های تقسیم ۷۰۰۰ و ۳۰۰ و ۲۰ و ۶ بر ۹ بترتیب عبارتند از ۷ و ۳ و ۲ و ۶ وچون مجموع مانده های جزء یعنی ۱۸ = ۶ + ۲ + ۳ + ۷ بر ۹ قابل قسمت است بموجب نتیجهٔ اصل ۳ عدد ۷۳۲۶ بر ۹ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود عدد های ۷ و ۳ و ۲ و ۶ عبارت از پیکر هـای مطلق عدد مفروض میباشند

برای قابلیت تقسیم بر ۳ نیز میتوان همین بیان را تکرار نمود

قاعده - هر گاه مجموع پیکر های مطلق عددی بر ۹ یا ۳ قـابل قسمت باشد آن عدد نیز بر ۹ یا ۳ قابل قسمت است نیز میتوان گفت اگر پیکر های مطلق عددیرا ۹ به ۹ یا ۳ به ۳ طرح کنیم و مانده صفر

گردد آن عددبر ۹ یا۳ قابل‌قسمت است ودر غیر این صورت ماندهٔ تقسیم عدد مفروض بر ۹ یا۳ برابر ماندهٔ تقسیم مجموع پیکر های مطابق عدد مفروض است بر۹ یا۳

مثال ۱ ـ عدد ۴۳۲۸۱۹ بر ۹ قابل قسمت است زیرا ۲۷ = ۹ + ۱ + ۸ + ۲ + ۳ + ۴ بر۹ قابل‌قسمت‌میباشد۳ × ۹ = ۲۷ و چنانکه می بینیم ۴۳۲۸۱۹ = ۹ × ۴۸۰۹۱ همچنین عدد ۲۳۸۰۱۵۲ بر۳ قابل‌قسمت‌زیر ۲۱ = ۲ + ۵ + ۱ + ۰ + ۸ + ۳ + ۲ بر ۳ قابل قسمت است ۲۱ = ۳ × ۷ و چنانکه می بینیم ۲۳۸۰۱۵۲ = ۳ × ۷۹۳۳۸۴

مثال ۲ - عدد ۴۵۵ بر ۹قابل‌قسمت‌نیست‌زیرا ۱۴ = ۵ + ۵ + ۴ بر۹قابل قسمت نمی‌باشد ۵ + ۱ × ۹ = ۱۴ و ماندهٔ تقسیم عددمفروض بر۹ برابر ۵ است و چنانکه میبینیم ۵ + ۵۰ × ۹ = ۴۵۵

بهمین ترتیب دیده میشود که عدد ۴۵۵ بر ۳ قابل قسمت‌نبوده ماندهٔ تقسیم آن بر ۳ برابر ۲ میباشد

۱۲۳ - قابلیت تقسیم بر ۱۱ ـ میدانیم مانده تقسیم یکه های مرتبه های فرد یعنی مرتبه های نخست و سوم و پنجم و هفتم . . . یا عدد های ۱ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰۰ و . . . بر ۱۱ برابر یك میباشد ـ بعبارهٔ دیگر این عدد ها مضربهائی از ۱۱ میباشند بعلاوه یك :

۱ = ۱۱ × ۰ + ۱ ، ۱۰۰ = ۱۱ × ۹ + ۱ ، ۱۰۰۰۰ = ۱۱ × ۹۹۹ + ۱ . . . .

و ماندهٔ تقسیم یکه های مرتبه های زوج یعنی مرتبه های دوم وچهارم و ششم و . . . یا عددهای ۱۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ و . . . بر ۱۱

برابر ۱۰ یا ۱-۱۱ میباشند - بعبارة دیگر این عدد ها مضربهائی از ۱۱ میباشند منهای یك

.... ۱-۱۱×۹۱=۱۰۰۰۰ و ۱-۱۱×۹۰+۱۰=۱۰۰۰۰ و ۱-۱۱×۱=۱۰ + ۱۱×۰=۱۰

پس اگر هریك از واحد های دسته اول (مرتبه های فرد) را دریکی از عدد های ۲و۳ و ... و ۸و۹ ضرب کنیم ماندهٔ تقسیم این عددها بر ۱۱ بترتیب برابر ۲و۳و ... ۸و۹ خواهد بود - بعبارة دیگر این چنین عدد ها مضربهائی از ۱۱ میباشند بعلاوه ۲و۳ و... و ۸ و ۹ بهمین ترتیب اگر هریك از یکه های دسته دوم (مرتبه های زوج) را دریکی از عدد های ۲و۳ و ... و۸و۹ ضرب کنیم عدد هائی که بدین ترتیب بدست میآیند مضربهائی از ۱۱ میباشند منهای ۲ و۳ و ... ۸و۹

مثال ۱ - عدد ۲۷۵٤۹۸۳ مفروض است آن را چنین مینویسیم

۲۷۵٤۹۸۳=۲۰۰۰۰۰۰+۷۰۰۰۰۰+۵۰۰۰۰+٤۰۰۰+۹۰۰+۸۰+۳

چنانکه گفته شد در این مجموع عددهای ۳ و ۹۰۰ و ۵۰۰۰۰ و ۲۰۰۰۰۰۰ بترتیب مضربهائی از ۱۱ میباشند باضافهٔ ۳و ۹و۵ و ۲ (یعنی پیکر مطلق هریك) و عدد های ۸۰و٤۰۰۰ و ۷۰۰۰۰۰ نیز بترتیب مضربهائی از ۱۱ میباشند منهای ۸و٤و۷ (یعنی پیکر مطلق هریك) بنا بر این میتوان گفت عدد مفروض مضربی از ۱۱ میباشد باضافهٔ ۱۹=۲+۵+۹+۳ ومنهای ۱۹=۷+٤+۸ پس چون مقدار اضافه مانده ها برابر مقدار کم بود آنها میباشد عدد مفروض مضربی است از ۱۱ یعنی بر ۱۱ قابل قسمت است و چنانکه می بینیم

۲۷۵٤۹۸۳=۱۱×۲۵۰٤۵۳

مثال ۳ - عدد ۱۷۵۹۳۸۲۹ مفروض است بنابر آنچه که در مثال پیش گفته شد این عدد مضربی از ۱۱ میباشد باضافهٔ
۳۳ = ۷ + ۹ + ۸ + ۹ ومنهای ۱۱ = ۱ + ۵ + ۳ + ۲ بعبارة دیگر این عدد مضربی است از ۱۱ باضافهٔ ۲۲ = ۱۱ - ۳۳ و چون
۲ × ۱۱ = ۲۲ نیز مضربی از ۱۱ میباشد عدد مفروض بر ۱۱ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود

۱۷۵۹۳۸۲۹ = ۱۱ × ٦٥٤١٦٧٢

قاعده - هر گاه فضل مجموع پیکر های مرتبه های فرد عددی بر مجموع پیکرهای مرتبه های زوج آن عدد صفر یا مضربی از ۱۱ باشد آن عدد بر ۱۱ قابل قسمت است ودرغیر اینصورت ماندهٔ تقسیم عدد مفروض بر ۱۱ برابر ماندهٔ تقسیم این مانده است بر عدد ۱۱

تبصره - اگر مجموع پیکر های مرتبه های زوج از مجموع پیکر های مرتبه های فرد بزرگتر باشد تفریق ممکن نیست وباید آنقدر ۱۱ بر مجموع پیکر های مرتبه‌های فرد اضافه نمود تا تفریق ممکن گردد

۱۳۴ - قابلیت تقسیم بر بعضی عدد های دیگر - با استفاده از قاعده های قابلیت تقسیم که تا کنون گفته شده و اصل ۵ میتوان قاعده های قابلیت تقسیم بر بعضی عدد های دیگر را بدست آورد :

قاعده - هر عددی که بر ۲ و ۳ قابل قسمت باشد بر ٦ نیز قابل قسمت است

قاعده - هر عددی که بر ۳ و ٤ قابل قسمت باشد بر ۱۲ نیز قابل قسمت است

قاعده - هر عددی که بر ۳ و ۵ قابل قسمت باشد بر ۱۵ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هر عددی که بر ۲ و ۹ قابل قسمت باشد بر ۱۸ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هر عددی که بر ۲ و ۱۱ قابل قسمت باشد بر ۲۲ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هرعددی که بر ۳ و ۸ قابل قسمت باشد بر ۲٤ نیز قابل قسمت است

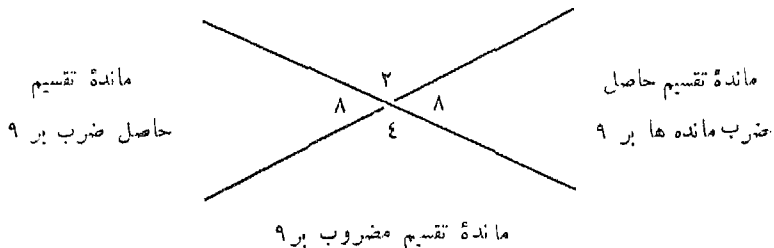
بهمین ترتیب میتوان بآسانی قاعده های قابلیت تقسیم را بربعضی عدد ها که حاصل ضرب دو یا چندین عدد اول نسبت بیکدیگر باشند بدست آورد و ما این قسمت را برعهدهٔ دانش آموزان میگذاریم

۱۳۵ ـ موارد استعمال قابلیت تقسیم اعداد درامتحان ضرب و تقسیم

قاعده ـ برای آنکه تحقیق کنیم آیا عمل ضربی که انجام داده‌ایم صحیح میباشد با توجه بقاعده قابلیت تقسیم بر ۹ ماندهٔ تقسیم مضروب و مضروب فیه را بر ۹ در یکدیگر ضرب نموده ماندهٔ تقسیم این حاصل ضرب را بر ۹ بدست میآوریم حال اگر این ماندهٔ برابر ماندهٔ تقسیم حاصل ضرب منظور بر ۹ نباشد عمل ضرب حتماً صحیح انجام نگرفته

مثال ـ میخواهیم بدانیم آیا این عمل ضرب صحیح است یانه :

٤۹۵۳۱۷×۳۹۲۵۸=۱۹٤۲۰۳۸۸۹۳٦

مانده ها را بترتیبی که در شکل زیر دیده میشود مینویسیم

اگر دو عددی که در دو خانه راست و چپ نوشته شده برابر یکدیگر نباشند عمل ضرب درست نیست

قاعده – برای اینکه تحقیق کنیم آیا عمل تقسیمی که انجام داده‌ایم صحیح است یا نه مانده های تقسیم های زیرین را بدست میآوریم :

۱ – مانده تقسیم مقسوم علیه بر ۹ ۲ – ماندهٔ تقسیم خارج قسمت بر ۹ ۳ – ماندهٔ تقسیم مانده بر ۹ سپس دو ماندهٔ نخستین را در یکدیگر ضرب و حاصل را با ماندهٔ سوم جمع میکنیم و ماندهٔ تقسیم این حاصل جمع را بر ۹ می یابیم – اگر این مانده برابر ماندهٔ تقسیم مقسوم بر ۹ نباشد عمل تقسیم ما درست انجام نگرفته

مثال – میخواهیم بدانیم آیا این عمل تقسیم صحیح است یا نه:

٤٧٦٥٨٠٢١ = ٢٥٠٣ × ١٩٠٤٠ + ٩٠١

مانده های تقسیم مقسوم علیه و خارج قسمت و مانده بر ۹ بترتیب عبارتند از ۱ و ۵ و ۱ چون دو عدد نخستین را در یکدیگر ضرب کرده با عدد سوم جمع کنیم چنین داریم ٦ = ١ + ٥ × ١ ماندهٔ تقسیم ٦ بر ۹ برابر ٦ است ماندهٔ تقسیم مقسوم بر ۹ نیز ٦ است – اگر این دو عدد با یکدیگر برابر نبودند عمل ما درست نبود

تبصره – ۱ – برای این دو امتحان بجای ۹ میتوان هر عدد دیگری را که بخواهیم مثلاً ۱۱ یا ۳ یا . . . بکار برد و علت آنکه معمولاً ۹ را اختیار میکنند آنست که تعیین ماندهٔ تقسیم هر عدد بر ۹ بسیار آسانست.

تبصره ۲ – چنانکه گفتیم اگر دو مانده که در بالا بآن اشاره شد برابر نباشند عمل ضرب یا تقسیم محققاً درست نیست – اگر این دو مانده برابر باشند عموماً عمل ما صحیح است ولی نمیتوان بطور قطع بر صحت آن حکم نمود

مسئله ها

مسئله ۹۵ — بدون اجرای عمل تقسیم مانده‌های تقسیم هریك ازعدد های زیرین:

٤٩٥	٣٤٨	٣٠١	٢٨٦	٢٤٥	١٩٢	١٧٣
٩٢٠	٨٣٢	٨٧٠	٧٢٩	٦٤١	٥٣٨	٥٠٧
٩٥٠٧	٧٢٨٣	٥٠٠٦	٤٠٨٢	٣٥٩٤	٢٧٦٣	١٣٤٥
٨٣٢٤٧	٦٢٧٨٥	٥٦٧٩٢	٤٢٣٧١	٣٨٠٢٤	٢٩٣٥٦	١٢٨٤٣
٩٨٦٧٠٢	٩٣٥٤٠٢	٧٨٩٤٩٥	٨٣١٠٧٩	٧٠٤٥٩١	٥٢٨٤٨٣	٩٥٣٠٢

را بر ۲و۳ و ٤و٥ و ٨و٩ و ١٠و١١ و ٢٥ تعیین کنید .

مسئله ۹٦ - (نمونه) عدد ٥٠٧٠٤ مفروض است — چه پیکر هائی بجای دو صفر این عدد میتوان قرار داد تا عددی که بدین ترتیب بدست میآید بر ٤ و۹ قابل قسمت باشد .

حل - برای آنکه عددما بر ٤ قسمت باشد باید عدد دو پیکری سمت راست آن بر ٤ قابل قسمت باشد بنابر این پیکر هائی که میتوان بجای صفر مرتبه دهگان این عدد قرار داد تا بر ٤ قابل قسمت باشد عبارت خواهند بود از ٠ و٢ و٤ و٦ و٨ حال گوئیم :

اگر برای پیکر دهگان صفررا انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار آن ٢ باشد وعدد ما عبارت خواهد بود از ٥٢٧٠٤

اگر برای پیکر دهگان ٢ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشدبایدپیکریکان هزارصفریا۹ باشد ودو عدد ٥٠٧٢٤ و ٥٩٧٢٤ بدست میآید

اگر برای پیکر دهگان ٤ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار ٧ باشد و عدد ٥٧٧٤٤ بدست میآید

اگر برای پیکر دهگان ٦ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان‌هزار آن ٥ باشد وعدد ٥٥٧٦٤ بدست میآید

اگر برای پیکر دهگان ٨ را انتخاب کنیم برای آنکه ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار آن ٣ باشد وعدد ٥٣٧٨٤ بدست میآید

پس جوابهای مسئله عبارتند از : ٥٣٧٨٤ و ٥٥٧٦٤ و ٥٧٧٤٤ و ٥٩٧٢٤ و ٥٠٧٢٤ و ٥٢٧٠٤

مسئله ۹۷ -- در عدد ٦٣٢٠٠ چه پیکرهائی میتوان بجای دو صفر قرارداد تا عددی که بدست میآید بر ٤و۹ قابل قسمت باشد یا آنکه بر ٨ و ۹ قابل‌قسمت‌باشد

مسئله ۹۸ — درعدد ۱۰٤۰۸۲۰ چه پیکرهائی بجای سه صفر میتوان قرارداد تا عددی که بدین طریق بدست میآید بر ۵ و ۹ قابل قسمت باشد

مسئله ۹۹ — درعدد های ۳۰۸۰۲٤۰ و ۳۲۵۰۰٤ و ۵۰٤۰۰۸۷ چه پیکر هائی بجای صفر میتوان قرار داد تا عدد هائی که بدین ترتیب بدست میآیند مرتبا بر (۵و۶) و (۳و۸) و (۹و۱۱) قابل قسمت باشند تحقیق کنید جواب هائی که برای دومین عدد بدست میآیند آیا بر ۶ نیز قابل قسمت میباشند؟

مسئله ۱۰۰ — مطلوبست تعیین عدد سه پیکری که بر (۳و۸) یا (۹و۵) یا (۶و۱۱) قابل قسمت بوده و پیکر دهگان آن ٤ باشد

مسئله ۱۰۱ — (نمونه) در موقع ضرب عدد ۶۲۷ در ۳۵۰٤ اشتباها صفر عدد دوم را در عمل دخالت نداده ایم میخواهیم تحقیق کنیم که از امتحان این عمل با قابلیت تقسیم بر ۹ غلط بودن آن معلوم نمیگردد و بدون تجدید عمل ضرب مقدار اشتباه را تعیین کنیم

حل - اگر عدد ۶۲۷ را در ۳۵۰٤ ضرب کنیم مثل اینست که یکبار آنرا در ۳۵۰۰ و بار دیگر در ٤ ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کرده ایم ولی ۶۲۸ را در ۳۵٤ ضرب کرده ایم یعنی یکبار آنرا در ۳۵۰ و بار دیگر در ٤ ضرب نموده حاصل ضربها را باهم جمع کرده ایم پس این حصه ضرب بمقدار

۳۵۰۰ — ۳۵۰ = ۱۰×۳۵۰ — ۳۵۰ = ۹×۳۵۰

مرتبه ۶۲۷ کمتر از حاصل ضرب مطلوبست و چون عدد ۳۵۰ × ۹ × ۶۲۷ مضربی است از ۹ پس امتحان عمل بقاعدهٔ قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی را که روی داده ظاهر نمیسازد و باید بر حاصل ضربی که بدست آمده :

۶۲۷×۹×۳۵۰ = ۱۹۷۵۵۰ اضافه نموده تا حاصل ضرب اصلی بدست آید چنانکه دیده میشود

۶۲۷×۳۵٤ = ۲۲۱۹۵۸   ۶۲۷×۳۵۰٤ = ۲۱۹۷۰۰۸

۲۱۹۷۰۰۸ — ۲۲۱۹۵۸ = ۱۹۷۵۰۵۰

مسئله ۱۰۲ — بجای آنکه عدد ۶۳۷٤ را در ۵۰۰۷ ضرب کنیم آنرا در ۷۵ ضرب کرده ایم تحقیق کنید که امتحان این عمل بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی را که روی داده ظاهر نمیسازد و بدون تجدید عمل ضرب نمود حاصل ضرب را پیدا کنید

مسئله ۱۰۳ — بجای آنکه عدد ۳٤۲۷ را در ۳۲۸ ضرب کنیم آنرا در ۳۲۰۸ ضرب کرده ایم تحقیق کنید که امتحان این عمل بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی را روی داده ظاهر نمیسازد و بدون تجدید عمل ضرب اضافه حاصل ضرب را بیابید

مسئله ۱۰٤ — چگونه میتوان عملهای جمع و تفریق را بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ امتحان نمود؟

۲ ـ عددهای اول

تجزیهٔ عدد بحاصل ضرب سازه‌های اول

۱۳۶ - تعریف - عدد درستی را اول گوئیم هرگاه جز بریك وبر خودش برعدد درست دیگر قابل‌قسمت نباشد مانند ۵و۴۳و۱۰۱ و در غیر این صورت عدد را غیر اول گویند مانند ۱۲ و ۹۶

تبصره - باید دانست که هرعدد غیر اولی برابر حاصل ضرب چندین عدد اول است ـ بعبارهٔ دیگر هرعدد غیراول را میتوان بحاصل ضرب دو یا چندین سازهٔ اول تبدیل نمود

طرز یافتن عددهای اول - سلسلهٔ عددهای درست نامحدود و برای‌یافتن عددهای اول تا جائی که مورد احتیاج باشد چنین عمل میکنیم:

فرض کنیم میخواهیم عددهای اول کوچکتر از ۱۰۰ را تعیین کنیم ـ نخست این‌عددها را بترتیب ازیك تا ۱۰۰ درجدولی مینویسیم:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

چون ۱ عدد اول است از ۲ شروع میکنیم و ۲ را نیز که عدد اول است کنار میگذاریم و زیر عددهای این جدول ۲ به ۲ خط

میکشیم - واضح است که این عددها قابل قسمت بر ۲ بوده اول نمیباشند
پس باز عدد ۳ که اول است کنار گزارده در زیر عددهای جدول ۳ به ۳
خط میکشیم این عدد ها نیز مضربهای ۳ بوده اول نیستند و همین طور
عمل را ادامه میدهیم .

اماچنانکه دیده میشود بعد از ۵ اولین عددی که باید حذف شود
۲۵ یعنی ۵ × ۵ است زیرا عدد های ۵ × ۲ و ۵ × ۳ و ۵ × ٤ قبلاً
حذف شده اند پس برای آسانی وقتی مثلاً بعدد ۷ رسیدیم از ۷ × ۷
یعنی ٤۹ شروع نموده عددها را ۷ به ۷ حذف مینمائیم - عدد های
اول کوچکتر از ۱۰۰ عبارتند از بیست و شش عدد زیرین :

۱ ۲ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷
٤۱ ٤۳ ٤۷ ۵۳ ۵۹ ٦۱ ٦۷ ۷۱ ۷۳ ۷۹ ۸۳ ۸۹ ۹۷

لازمست دانش آموزان همیشه این عددها را در خاطر داشته باشند

تشخیص عددهای اول - برای آنکه بدانیم آیا عددی اول
است یا نه آن را بترتیب بر عدد های اول تقسیم میکنیم تا موقعیکه
خارج قسمت از مقسوم علیه کوچکتر گردد - اگر ضمن این عمل ماندهٔ
یکی از تقسیمها صفر شد عدد مفروض اول نیست ولی اگر هیچ یک
از مانده ها صفر نشد عدد مفروض اول میباشد .

مثال - میخواهیم بدانیم آیا عدد ۳۵۹ اول است یا نه - برای
اینکار این عدد را بترتیب بر عدد های اول ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳
و ۱۷ و ۱۹ و . . . قسمت میکنیم - ماندهٔ هیچیک از این تقسیمها صفر
نیست - بعلاوه خارج قسمت تقسیم ۳۵۹ بر ۱۹ برابر ۱۸ است که
از ۱۹ کوچکتر میباشد - پس نتیجه میگیریم که عدد ۳۵۹ اول است

۱۳۷ - تجزیه عدد غیر اول بسازه های اول - چنانکه گفتیم
هر عدد غیر اول برابر حاصل ضرب چندین سازهٔ اول است و این سازه های

اول یك عدد غیر اول را تجزیهٔ آن عدد خوانند - بعبارهٔ دیگر تجزیهٔ عدد غیر اول بسازه های اول آن عبارتست از تعیین عدد های اولی که چون آنها را در یکدیگر ضرب کنیم حاصل ضرب برابر عدد مفروض گردد .

مثال - میخواهیم عدد ۶۰ را که غیر اول است بسازه های اول تجزیه کنیم - میبینیم که اگر عدد های اول ۳ و ۲ و ۵ و ۲ را در یکدیگر ضرب کنیم حاصل برابر ۶۰ میگردد پس ۲×۵×۲×۳=۶۰

۱۴۸ - طرز تجزیه عدد بسازهای اول - مثال - میخواهیم عدد ۶۶۳۰۰ را بسازه های اول تجزیه کنیم - طرز عمل چنین است:

۶۶۳۰۰	۲
۳۳۱۵۰	۲
۱۶۵۷۵	۳
۵۵۲۵	۵
۱۱۰۵	۵
۲۲۱	۱۳
۱۷	۱۷
۱	

عدد مفروض را نوشته خط قائمی در راست آن میکشیم - کوچکترین عدد اولی غیر از یك که عدد مفروض بر آن قابل قسمت است ۲ میباشد پس ۲ را در راست خط قائم مقابل عدد مفروض نوشته خارج قسمت تقسیم این عدد را بر ۲ در ذهن یافته زیر آن مینویسیم - اولین خارج قسمت یعنی ۳۳۱۵۰ بدست میآید - این عدد نیز بر ۲ قابل قسمت است و ازتقسیم این عدد بر ۲ خارج قسمت دوم یعنی ۱۶۵۷۵ بدست میآید این عدد دیگر بر ۲ قابل قسمت نیست ولی بر ۳ قابل قسمت میباشد و از تقسیم آن بر ۳ خارج قسمت سوم یعنی ۵۵۲۵ بدست میآید کوچکترین عدد اولی که این عدد بر آن قابل قسمت است ۵ میباشد و از تقسیم این عدد بر ۵ خارج قسمت چهارم یعنی ۱۱۰۵ بدست میآید - این خارج قسمت باز بر ۵ قابل قسمت است و از تقسیم آن بر ۵ خارج قسمت پنجم یعنی ۲۲۷ بدست میآید

کوچکترین عدد اولی که این عدد بر آن قابل قسمت است ۱۳ است و چون آنرا بر ۱۳ قسمت کنیم خارج قسمت ششم یعنی ۱۷ بدست میآید وچون این عدد اول است جز بر ۱۷ برعدد دیگری قابل قسمت نیست - پس ۱۷ آخرین سازهٔ اول ما خواهد بود وصورت تبدیل عدد بحاصل ضرب سازه های اول چنین است :

$$۶۶۳۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۵ \times ۱۳ \times ۱۷ = ۲^{۲} \times ۳ \times ۵^{۲} \times ۱۳ \times ۱۷$$

قاعده - برای تجزیه عددی بسازه های اول آن را باوچکترین عدد اولی که عدد مفروض را عاد میتماید قسمت میکنیم وهمین عمل را درخارج قسمت تکرار کرده عمل را آنقدر ادامه میدهیم تاخارج قسمت ماعدد اول گردد که جز بر خودش بر عدد دیگری قابل قسمت نیست .

مثال - میخواهیم عددهای ۷۸۷۵ و ۲۴۵۵۲ را بحاصل ضرب سازه های اول تجزیه کنیم چون مطابق قعدهٔ که گفته شد عمل کنیم چنین خواهیم داشت :

$$۷۸۷۵ = ۳^{۲} \times ۵^{۳} \times ۷ \qquad ۲۴۵۵۲ = ۲^{۳} \times ۳^{۲} \times ۱۱ \times ۳۱$$

۱۳۹ - تحقیق قابلیت تقسیم بوسیله تجزیه - برای آنکه تحقیق کنیم آیا عددی برعدد دیگر قابل قسمت است یانه مقسوم ومقسوم علیه را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم اگر مقسوم شامل تمام سازه های مقسوم علیه با نماهائی اقلا برابر نماهای سازه ها در این عدد باشد مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت است .

مثال - میخواهیم تحقیق کنیم آیا عدد ۱۰۹۲۰ برعدد ۸۴ قابل قسمت است یانه بدوا این دو عدد را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم:

$$۱۰۹۲۰ = ۲^{۳} \times ۳ \times ۵ \times ۷ \times ۱۳ \text{ و } ۸۴ = ۲^{۲} \times ۳ \times ۷$$

سازه های مقسوم علیه ۲ و ۳ و ۷ و نمای این سازه ها بترتیب ۲ و ۱ و ۱ است - این سه سازه درمقسوم موجود و نماهای آنها بترتیب ۳ و ۱ و ۱

میباشد پس بنا بر آنچه گفته شد عدد ۱۰۹۲۰ بر ۸٤ قابل قسمت است چنانکه می بینیم :

۱۰۹۲۰ : ۸٤ = ۱۳۰

خارج قسمت این تقسیم برابر ۱۳۰ است و این نتیجه رامیتوان بدون اجرای عمل تقسیم بدست آورد - میدانیم

(خارج قسمت) × (مقسوم علیه) = مقسوم

حال ببینیم چه عددی را باید در $۲^۲$ × ۳ × ۷ ضرب نموده تا حاصل برابر $۲^۳$ × ۳ × ٥ × ۷ × ۱۳ گردد - چنین داریم :

(۷)×(۳)×(۲×۲)×(خارج قسمت) = (۱۳)×(۷)×(٥)×(۳)×(۲×۲×۲)

از مقایسهٔ دو طرف این تساوی معلوم میگردد که خارج قسمت دارای یك سازهٔ ۲ و یك سازهٔ ٥ و یك سازهٔ ۱۳ است یعنی برابر ۱۳۰ = ۱۳ × ٥ × ۲ میباشد - بطور خلاصه خارج قسمت برابر حاصل ضرب سازه هائی است از مقسوم که در مقسوم علیه یافت نمیشود

۳ - بزرگترین عادمشترك و کوچکترین مضرب مشترك

۱۳۰ - تعریف - عاد های یك عدد عبارتند از تمام عدد هائی که عدد مفروض بر آنها قابل قسمت است

مثال - عدد ۳۰ بر عدد های ۱ و ۲ و ۳ و ٥ و ٦ و ۱۰ و ۱٥ و ۳۰ قابل قسمت است پس این عدد ها عاد های ۳۰ میباشند

۱۳۱ - بزرگترین عاد مشترك دو عدد - چنانکه دیدیم هرعددی دارای چندین عاد میباشد - ممکن است بین عادهای دوعدد یك یاچندین عادمشترك باشند - این عددها را عادهای مشترك دوعدد مفروض خوانیم - بین عادهای مشترك دوعدد آن را که ازهمه بزرگتر است بزرگترین عادمشترك

این دو عدد خوانند - بهمین طریق میتوان بزرگترین عاد مشترك بین چندین عدد را تعریف نمود

مثال۱ - میخواهیم بزرگترین عاد مشترك سه عدد ۴۵ و ۳۰ و ۶۰ را تعیین کنیم - میدانیم :

عاد های عدد ۴۵ عبارتند از : ۴۵ و ۱۵ و ۹ و ۵ و ۳ و ۱

عاد های عدد ۳۰ عبارتند از : ۳۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۶ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱

عاد های عدد ۶۰ عبارتند از : ۶۰ و ۳۰ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۲ و ۱۰ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱

بین این عاد ها سه عدد ۱ و ۳ و ۵ و ۱۵ مشترك میباشند و بین این چهار عاد مشترك ۱۵ از همه بزرگتر است - پس ۱۵ بزرگترین عاد مشترك سه عدد ۴۵ و ۳۰ و ۶۰ میباشد

مثال۲ - میخواهیم بزرگترین عاد مشترك عدد های ۲۵۲۰ و ۹۰۰ و ۶۹۳۰ را تعیین کنیم - بدوا این سه عدد را چنانکه گفته شد بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم چنین میشود :

$۲۵۲۰ = ۲^۳ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۷$ ، $۹۰۰ = ۲^۲ \times ۳^۲ \times ۵^۲$ ، $۶۹۳۰ = ۲ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۷ \times ۱۱$

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب سازه های مشترك سه عدد مفروض با کوچکترین نمای هر یك یعنی ۹۰ بزرگترین عاد مشترك است

$۹۰ = ۲ \times ۳^۲ \times ۵$

قاعده - برای تعیین بزرگترین عاد مشترك چندین عدد نخست آنها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم - سپس سازه های مشترك را با کوچکترین نما اختیار نموده در هم ضرب میکنیم - حاصل ضرب عبارتست از بزرگترین عاد مشترك بین عدد های مفروض

۱۳۳ - تعریف - اگر عددی بر عدد دیگر قابل قسمت باشد عدد نخست را مضرب عدد دوم گویند

مثال - عدد های ۱۸ و ۳۶ و ۶۰ و ۱۲۶ همه بر ۶ قابل قسمت میباشند - پس این عددها مضربهائی هستند از عدد ۶

تبصره - واضح است شمارهٔ مضربهای هیچ عددی محدود نیست زیرا چون عدد مفروض را بترتیب در هریك از عدد های سلسلهٔ نامحدود اعداد ضرب کنیم بی نهایت مضرب برای آن پیدا میشود .

۱۳۳ - مضربهای مشترك دو عدد - اگر عددی بر چند عدد مفروض قابل قسمت باشد این عددرا مضرب مشترك آن چند عدد خوانند

مثال - عدد ۶۰۰ بر ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۳۰ قابل قسمت است پس ۶۰۰ مضرب مشترکی است از این عدد ها

تبصره - واضح است شمارهٔ مضربهای مشترك چندین عدد نیز بی نهایت است زیرا چون یکی از مضربهای مشترك آنها را در سلسلهٔ نامحدود اعداد ضرب کنیم بی نهایت مضرب مشترك برای آن عددها بدست خواهد آمد

کوچکترین مضرب مشترك چند عدد - بین مضربهای مشترك چندین عدد آن را که از همه کوچکتر است کوچکترین مضرب مشترك آن چند عدد خوانند

مثال - عدد های ۱۸۰ و ۳۶۰ و ۵۴۰ و ۷۲۰ و ... همه بر ۹ و ۱۲ و ۱۵ قابل قسمت میباشند - ولی چون عددی کوچکتر از ۱۸۰ نمیتوان یافت که بر سه عدد ۹ و ۱۲ و ۱۵ قابل قسمت باشد پس ۱۸۰ عبارتست از کوچکترین مضرب مشترك سه عدد ۹ و ۱۲ و ۱۵

۱۳۴ - تعیین کوچکترین مضرب مشترك چند عدد

مثال - میخواهیم کوچکترین مضرب مشترك عددهای ۴۸ و ۱۸۰

و ۱۵۰ و ۵۶ را تعیین کنیم - بدواً این عدد ها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم چنین میشود :

$۴۸=۲^۴×۳ \quad ۱۸۰=۲^۲×۳^۲×۵ \quad ۱۵۰=۲×۳×۵^۲ \quad ۵۶=۲^۳×۷$

حال برای یافتن کوچکترین مضرب مشترك این عددها سازه های مشترك و غیره مشترك را با بزرگترین نما اختیار کرده در هم ضرب میکنیم مثلاً سازهٔ ۲ در هر چهار عدد مشترك است و بزرگترین نمای آن ۴ است پس $۲^۴$ را اختیار میکنیم - سازهٔ ۳ فقط در سه عدد نخستین موجود است و بزرگترین نمای آن ۲ است پس $۳^۲$ را نیز اختیار مینمائیم بهمین طریق سازه ۵ را با نمای ۲ و سازه ۷ را با نمای یك اختیار نموده این سازه ها را در هم ضرب میکنیم تا کوچکترین مضرب مشترك منظور بدست آید

$۲^۴×۳^۲×۵^۲×۷=۲۵۲۰۰$

این عدد برهریك از چهار عدد مفروض قبل قسمت بوده وعلاوه کوچکترین عددی است که دارای این خصیت میباشد - با درنظر گرفتن قاعدهٔ تقسیم قوه ها میتوان خارج قسمت آن را برهریك از چهار عدد مفروض بدست آورد :

$۲^۴×۳^۲×۵^۲×۷:۲^۴×۳=۳×۵^۲×۷ \quad ۲^۴×۳^۲×۵^۲×۷:۲^۲×۳^۲×۵=۲^۲×۵×۷$

$۲^۴×۳^۲×۵^۲×۷:۲×۳×۵^۲=۲^۳×۳×۷ \quad ۲^۴×۳^۲×۵^۲×۷:۲^۳×۷=۲×۳^۲×۵^۲$

ویا $۲۵۲۰۰:۱۸۰=۱۴۰ \quad ۲۵۲۰۰:۴۸=۵۲۵$

$۲۵۲۰۰:۵۶=۴۵۰ \quad ۲۵۲۰۰:۱۵۰=۱۶۸$

قاعده - برای یافتن کوچکترین مضرب مشترك چند عدد بدواً آنها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل نموده بعد سازه های مشترك و غیر مشترك را با بزرگترین نما اختیار نموده در هم ضرب میکنیم حاصل ضرب عبارتست از کوچکترین مضرب مشترك مطلوب.

۱۳۵ - طرز یافتن بزرگترین عاد مشترک دوعدد با تقسیمات پیاپی - علاوه بر قاعدهٔ که در بالا برای یافتن بزرگترین عاد مشترک گفته شد میتوان بطریق آسانتری نیز بزرگترین عاد مشترک دوعدد را بدست آورد طرز عمل چنین است : عدد کوچکتر را در راست عدد بزرگتر نوشته آنها را باخطی قائم از هم جدا میکنیم سپس دو خط افقی ممتد بسمت راست در بالا و پائین آنها میکشیم بعد عدد بزرگتر را برعدد کوچکتر قسمت کرده خارج قسمت را در بالای عدد کوچکتر ومانده را درزیر عدد بزرگتر مینویسیم - اگر مانده صفر نبود خطی قائم در راست عدد کوچکتر کشیده مانده رادر راست آن نقل میکنیم و عدد کوچکتررا براین مانده تقسیم میکنیم و خارج قسمت و ماندهٔ این تقسیم را چنانکه گفته شد مینویسیم - اگر بازهم ماندهٔ صفر نشد عمل را مانند پیش ادامه میدهیم تا بماندهٔ صفر برسیم - آخرین مقسوم علیه یعنی عددی که ماندهٔ تقسیم بر آن صفر شده عبارتست از بزرگترین عاد مشترک دوعدد مفروض

مثال - میخواهیم بزرگترین عاد مشترک دوعدد ۷۵۰ و ۵۴۰ را با قاعدهٔ تقسیمات پیاپی بیابیم - طرز عمل چنین است :

	۱	۲	۱	۱	۳
۷۵۰	۵۴۰	۲۱۰	۱۲۰	۹۰	۳۰
۲۱۰	۱۲۰	۹۰	۳۰	۰۰	

بدین ترتیب بزرگترین عاد مشترک دو عدد مفروض ۳۰ است

اگر بزرگترین عاد مشترک را بقاعدهٔ تجزیه بیابیم البته بهمین نتیجه میرسیم - تجزیه دوعدد مفروض بسازه های اول بدین صورت است :

$$750 = 2 \times 3 \times 5^{3} \qquad 540 = 2^{2} \times 3^{3} \times 5$$

بزرگترین عاد مشترک عبارتست از ۳۰ = ۵ × ۳ × ۲ که همان نتیجهٔ سابق است .

۱۳۶ - بزرگترین عادمشترک چندین عدد - برای یافتن بزرگترین عادمشترک چندین عدد باقاعدهٔ تقسیمهای پیاپی نخست بین دوعدد ازآنها بزرگترین عاد مشترک تعیین میکنیم - بعد بین عدد سوم و این عدد بزرگترین عاد مشترک تعیین مینمائیم وعمل را بهمین ترتیب ادامه میدهیم تاتمام عدد های مفروض بکار روند - آخرین و بزرگترین عاد عبارتست از بزرگترین عاد مشترک بین همه عدد ها .

۱۳۷ - طرز یافتن کوچکترین مضرب مشترک باتقسیمهای پیاپی

برای تعیین کوچکترین مضرب مشترک بین دوعدد بقاعده تقسیمهای پیاپی بدواً بزرگترین عاد مشترک بین دو عدد مفروض را تعیین نموده بعد یکی از آنها را براین عدد تقسیم و خارج قسمت را در عدد دیگر ضرب میکنیم نیز میتوان برای تعیین کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد حاصل ضرب آنها را بر بزرگترین عاد مشترک آنها تقسیم نمود

برای تعیین کوچکترین مضرب مشترک بین چندین عدد بدواً کوچکترین مضرب مشترک بین دوعدد از آنها را تعیین و بعد کوچکترین مضرب مشترک بین این عدد و عدد سوم را بدست میآوریم و عمل را بهمین طریق ادامه میدهیم تا تمام عدد های مفروض بکار روند ذکر مثال بر عهدهٔ دانش آموز است .

مسئله ها

مسئله ١٠٥ - تعیین کنید کدامیك ازعدد های زیرین اول میباشند :

٧٥٣ ٣٠٥١ ٤٣٢١ ٩٩٧ ٣٦٧٩ ٧٥١

٢٩٧٥ ٧٣٤٣ ٥٧٦١ ٢٠١١ ٩٧٧ ٨٩٣

٩٨٢٣ ٩٠٢١ ٥٣٠٩ ٢٦٧١ ١٩٨٣ ٩١٨٧

مسئله ١٠٦ - عدد های اول را از یك تا ٥٠٠ تعیین کنید

مسئله ١٠٧ - عددهای زیرین را بحاصل ضرب سازه‌های اول تبدیل کنید

٨٤٠٠ ٣٩٠٥ ٧٣٦٤ ٤٥٩٢ ٦٧٣ ٧٢٠٢

٣٩٤٧٦٠ ٨٤٣٢٨ ٢٩٢٣٦ ٧٥٠٠٦ ١٢٦٣٢ ٥٦٢٩٠

مسئله ١٠٨ - بین هر دسته ازعددهای زیرین بزرگترین عادمشترك وكوچكترین مضرب مشترك باقاعده تجزیه وقاعده تقسیمهای پیاپی تعیین کرده نتیجه ها را باهم بسنجید

(٤٢٨و٧٦و٣٥١و١٢٢) و (١٤و٤٢و٩١و٢٨) و (٧٥و٤٦و٣٥)

(٢٣٥٥و٣٦٠٠و٤٣٢٠و٦٣٦) و (٢٧٥و٧٥٢و٣٢٦)

(٩٨٥٤٨٠و٨٤٩٠١٢و٩٣٢٥٦٠و٧٠٨٤٠)

بخش هفتم

برخه

۱۳۸ - تعریف - چنانکه در دیباچه کتاب دیدیم برای اندازه گرفتن مقداری از هر چندی یکه ای طبیعی یا اختیاری از جنس خود آن چندی انتخاب کرده مقدار مفروض را با آن یکه میسنجند - ممکن است مقدار ما درست چندبرابر یکهٔ انتخاب شده نبوده یا اصلا کوچکتر از آن یکه باشد - دراینصورت یکه را بچند جزء متساوی قسمت میکنیم و جزء کوچکتر از یکهٔ مقدار مفروض را بایکی از این اجزا میسنجیم عددی را که نتیجه این سنجش است برخه خوانیم از این تعریف معلوم میشود عدد های دهدهی نیز نوعی از برخه میباشند که در آن یکه را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا . . . جزء متساوی قسمت کرده ایم و از این جهة است که عدد های دهدهی را نیز گاهی برخهٔ دهدهی خوانند

مثال ۱ - میخواهیم مدت زمان واقع بین طلوع و غروب خورشید را درتهران روزاول دیماه تعیین کنیم یکه اختیاری سنجش زمان ساعت است ولی وقتی این مدت زمان را با ساعت میسنجیم می بینیم از ۹ ساعت بیشتر و از ۱۰ ساعت کمتر است - حال یکه را که ساعت است به ۶۰ جزءمساوی تقسیم کرده هر جزء را که یکهٔ برخه ای میباشد دقیقه میخوانیم - سپس جزء مسانده مدت منظور را به دقیقه میسنجیم و میبینیم آن جزء درست شامل ۳۸ یکهٔ برخه ای یعنی دقیقه است - پس گوئیم مدت زمان واقع بین طلوع و غروب خورشید در تهران روز اول دی

برابر ۹ ساعت و ۳۸ قسمت از ٦۰ قسمت یکساعت است - این جزء کوچکتر از یکساعت را برخه ای از ساعت گویند

مثال ۳ - میخواهیم وزن یك‌هندوانه رابا یکهٔ قانونی وزن‌یعنی یك من (۳ کیلوگرم) بسنجیم - اگر وزن هندوانه درست برابرچندمن نباشد باید من را بیك عده اجزای متساوی قسمت کرده وزن هندوانه را با این اجزاء بسنجیم - پس من رابه ٤۰ جزء متساوی تقسیم کرده هر جزء را که یکهٔ برخه ای میباشد یك سیر (۷٥ گرم) مینـامیم فرض کنیم وزن هندوانهٔ ما ۳٤ برابر وزن این یکه باشد گوئیم وزن هندوانه ۳٤ سیر یا ۳٤ قسمت از ٤۰ قسمت یك من میباشد - این جزء کوچکتر از یك من را برخه‌ای از من خوانند

۱۳۹ - برخه و عدد برخه ای - نتیجه‌سنجش مقدار کوچکتر از یك را با یکی از اجزای یکه برخه خوانند ــ و نتیجه سنجش مقدار بزرگتر از یك را که شامل جزئی کوچکتر از یك نیز باشد یعنی عددی‌را که مرکب باشد از یك یا چندیکهٔ درست و یك یا چندیکهٔ برخه ای آنرا عدد برخه ای یا برخه نما خوانند

مثلا در مثال اول ۹ ساعت و ۳۸ دقیقه عدد برخه ای و در مثال اول ۲۸ سیر برخه میباشد ــ

۱۴۰ - نوشتن و خواندن برخه و عددهای برخه‌ای - بـرای نوشتن برخه شمارهٔ تقسیمات یکه را در پائین و شمارهٔ یکه های برخه ای را که در مقدار مفروض موجود است در بالای آن نوشته خطی افقی بین آنها میکشیم

شمارهٔ تقسیمهای یکه را برخه نام و شمارهٔ یکه های برخه ای را

برخه شمار خوانند ـ خط افقی که بین برخه شمار و برخه نام کشیده میشود بخط برخه ای موسومست

برای نوشتن عدد برخه ای قسمت درست را نوشته در راست آن جزء برخه ای را بقسمی مینویسیم که خط برخه ای مقابل قسمت درست قرار گیرد

مثلاً عددی را که نمایش وزن هندوانه در مثال دوم است یعنی ۳۴ سیر را چنین مینویسیم ($\frac{۳۴}{۴۰}$ من) وعددی را که نمایش مدت زمان نامبرده در مثال اول است یعنی ۹ ساعت و ۳۸ دقیقه را چنین مینویسیم $۹\frac{۳۷}{۶۰}$ ساعت

برای خواندن برخه بدوا برخه شمار و بعد برخه نام را در پی آن خوانده ودرآخر آن لفظ (ام) را میفزائیم ـ وبرای خواندن عدد برخه ای ابتدا قسمت درست و بعد جزء برخه ای را چنانکه گفته شد میخوانیم

مثلاً برخهٔ $\frac{۳۴}{۴۰}$ خوانده میشود سی و چهار چهلم و عدد برخه ای $۹\frac{۳۸}{۶۰}$ خوانده میشود نه عدد درست و سی و هشت شصتم

۱۴۱ ـ اقسام برخه ـ مثال ـ فرض کنیم قطعه سنگی را وزن کرده ایم و وزن آن برابر یک من و ۱۷ سیر یا $۱\frac{۱۷}{۴۰}$ من باشد ـ چون یک من ۴۰ سیر است وزن این سنگ ۵۷ = ۱۷ + ۴۰ سیر است ـ پس این وزن را که عددی است برخه ای بصورت برخه یعنی $\frac{۵۷}{۴۰}$ نیز میتوان نوشت ـ این برخه را برخهٔ بزرگتر از یک خوانیم

اگر وزن سنگ درست یک من بود میتوانستیم بگوئیم وزن آن ۴۰ سیر یا $\frac{۴۰}{۴۰}$ من است ـ این برخه را برخهٔ مساوی یک خوانیم [illegible]
اگر وزن سنگ ۱۸ سیر بود آن را بصورت $\frac{۱۸}{۴۰}$ مینوشتیم ـ این برخه را

برخهٔ کوچکتر از یک خوانیم - پس برخه بر سه نوع است

۱ - اگر برخه شمار بزرگتر از برخه نام است برخه بزرگتر از یک است مانند $\frac{۵۷}{۴۰}$

۲ - اگر برخه‌شمار برابر برخه نام است برخه برابر یك است مانند $\frac{۴۰}{۴۰}$

۳ - اگر برخه شمار کوچکتر از برخه نام است برخه کوچکتر از یك است مانند $\frac{۱۸}{۴۰}$

۱۴۳ - رفع - جدا کردن قسمت درست را از قسمت برخه ای در برخهٔ بزرگتر از یك رفع گویند - پس بوسیله رفع میتوان برخهٔ بزرگتر از یک را بصورت عدد برخه ای در آورد -

قاعده - برای رفع برخهٔ بزرگتر از یک برخه شمار آن را بر برخه نامش قسمت میکنیم خارج قسمت این تقسیم عبارتست از قسمت درست این عدد برخه ای - برخه شمار قسمت برخه ای ماندهٔ این تقسیم و برخه نامش همان برخه نام سابق یعنی مقسوم علیه است - اگر مانده تقسیم صفر بود برخهٔ ما برابر یک عدد درست است

مثال ۱ - میخواهیم برخهٔ $\frac{۱۷}{۵}$ را رفع کنیم - خارج قسمت تقسیم ۱۷ بر ۵ برابر ۳ و ماندهٔ آن ۲ است - پس مطابق آنچه گفته شد چنین داریم : $\frac{۱۷}{۵} = ۳\frac{۲}{۵}$

مثال ۲ - میخواهیم برخهٔ $\frac{۴۲}{۶}$ را رفع کنیم - خارج قسمت تقسیم ۴۲ بر ۶ برابر ۷ و ماندهٔ آن صفر است - پس بنا بر آنچه گفته شد چنین داریم : $۷ = \frac{۴۲}{۶}$ و برخهٔ ما برابر یک عدد درست است

۱۴۴ - تجنیس - داخل کردن جزء درست عدد برخه ای را در جزء برخه ای آن تجنیس خوانیم - همچنین نمایش عددی درست را بصورت برخه ای که برخه نام آن مفروض باشد نیز تجنیس نامیم

قاعده - برای تجنیس عدد برخه‌ای قسمت درست آن را دربرخه نام قسمت برخه‌ای ضرب کرده با برخه شمار جمع وحاصل را برخه شمار قرار میدهیم و برخه نام همان برخه نام سابق خواهد بود - همچنین برای آنکه عددی درست را از جنس برخه ای که برخه نام آن معلوم است بنمائیم عدد درست را دربرخه نام مفروض ضرب کرده حاصل ضرب را برخه شمار قرار میدهیم و برخه نام همان برخه نام مفروض خواهد بود

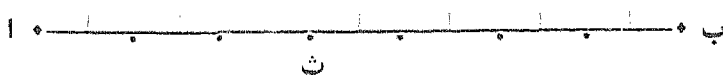
مثال ۱ - میخواهیم برخه $5\frac{7}{9}$ را تجنیس کنیم $5 \times 9 = 45$ حال ۴۵ را با برخه شمار جمع میکنیم می‌شود $45 + 7 = 52$ پس چنین داریم $5\frac{7}{9} = \frac{52}{9}$

مثال ۲ - میخواهیم عدد درست ۶ را از جنس برخه $\frac{}{17}$ کنیم عدد ۶ را در برخه نام ضرب می کنیم میشود: $6 \times 17 = 102$ پس چنین داریم $\frac{102}{17} = 6$

۱ - خواص برخه ها

۱۴۴ - ضرب برخه شمار و برخه نام در یک عدد - مثلاً قطعه خط ا ب مفروض است میخواهیم $\frac{3}{7}$ آنرا تعیین کنیم چنانکه میدانیم باید این قطعه خط را به ۷ جزء متساوی قسمت نموده ۳ جزء از این ۷ جزء را اختیار کنیم بدین ترتیب قطعه خط ا ث بدست خواهد آمد - چون برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض را در ۲ ضرب کنیم میشود $\frac{6}{14}$ حال $\frac{6}{14}$ همین قطعه خط را معین میکنیم برای اینکار قطعه خط ا ب را به ۱۴ قسمت متساوی تقسیم می کنیم

ب ——————————————— ا

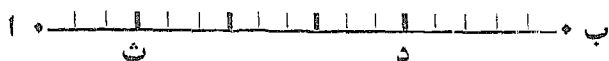
ث

یعنی هر یک از اجزای هفت گانه سابق را بـه ۲ قسمت می نمائیم — حال باید ٦ قسمت از این ١٤ قسمت را اختیار نموده — چنانکه میبینیم ٦ قسمت از ١٤ قسمت برابر ۳ قسمت از ۷ قسمت است — پس قطعه خطی که درازای آن برابر $\frac{۶}{۱۴}$ قطعه خط ا ب است همان ا ث میباشد

۱۴۵ - اصل ۱ - هر گاه برخه شمار و برخه نام برخه ای را در عددی ضرب نمائیم در مقدار برخه تغییری حاصل نمیشود

۱۴٦ - تقسیم برخه شمار و برخه نام بر یك عدد - چنانکه در مثال پیش دیدیم برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ برابر برخه $\frac{۶}{۱۴}$ است — پس اگر برخهٔ $\frac{۶}{۱۴}$ مفروض باشد با تقسیم برخه شمار و برخه نام آن بر ۲ در مقدار آن تغییری حاصل نمیگردد

۱۴۷ - اصل ۲ - هر گاه برخه شمار و برخه نام برخه ای را بر عددی قسمت نمائیم در مقدار برخه تغییری حاصل نمی شود.

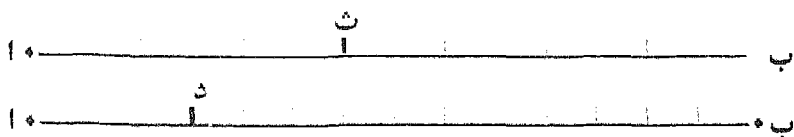
ضرب برخه شمار برخه در یك عدد - مثال - برخه $\frac{۳}{۱۷}$ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر برخه شمار این برخه را مثلا در ٤ ضرب کنیم یعنی اگر برخه $\frac{۱۲}{۱۷}$ را درنظر گیریم در مقدار برخهٔ $\frac{۳}{۱۷}$ چه تغییری حاصل میگردد — باز قطعه خطی مانند ا ب اختیار نموده انرا به ۱۷ قسمت میکنیم و ۳ قسمت از این ۱۷ قسمت را اختیار می کنیم قطعه خط ا ث بدست میآید واضح است اگر بخواهیم برخهٔ $\frac{۱۲}{۱۷}$ را نمایش دهیم باید ۱۲ قسمت از ۱۷ قسمت ا ب را اختیار نمود — بدین ترتیب قطعه خط ا د بدست میآید — ولی از روی شکل واضح است که درازای قطعه خط ا د چهار برابر درازای قطعه خط ا ث است — پس با ضرب برخه شمار برخه در عدد ٤ مقدار برخه چهار برابر شده

ا — ث — د — ب

۱۴۸ - اصل ۳ - اگر برخه شمار برخه ای را در عددی ضرب کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد

۱۴۹ - تقسیم برخه شمار برخه بر يك عدد - چنانکه دیدیم برخه $\frac{۱۲}{۱۷}$ چهار برابر برخهٔ $\frac{۳}{۱۷}$ است - پس اگر برخهٔ $\frac{۱۲}{۱۷}$ مفروض باشد وبرخه شمار آن را بر ٤ قسمت کنیم برخهٔ $\frac{۳}{۱۷}$ که يك چهارم آن است بدست میآید یعنی باتقسیم برخه شمار برخه بر ٤ برخهٔ مفروض چهار برابر کوچکتر شده

۱۵۰ - اصل ۴ - اگر برخه شمار برخه ای را بر عددی قسمت کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۱ - ضرب برخه نام برخه در يك عدد - مثال - برخه $\frac{۳}{۷}$ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر برخه نام آنرا مثلا در عدد ۲ ضرب کنیم درمقدار برخه چه تغییری حاصل میشود - باز برای نمایش برخه $\frac{۳}{۷}$ قطعه خط ا ب را اختیار کرده آنرا بر ۷ قسمت متساوی تقسیم نموده ۳ قسمت از این ۷ قسمت را اختیار مینمائیم - قطعه خط ا ث بدست میآید -

ث
ا ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ ب
د
ا ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ ب

اگر برخه نام برخه را در ۲ ضرب کنیم برخهٔ $\frac{۳}{۱٤}$ بدست میآید - برای نمایش آن باید قطعه‌خط ا ب را به ١٤ قسمت کرده ۳ قسمت از آن را اختیار نمائیم قطعه خط ا د بدست میآید ولی واضح است هریك از این اجزای اخیر نصف هریك از اجزای هفتگانه بیش است - پس اگر ۳ قسمت از

این ۱۴ قسمت را بگیریم درازای قطعه خطی که بدست میآید نصف درازای قطعه خطی است که از ۳ قسمت تقسیمات ۷ گانه حاصل شده یعنی در ازای ا د نصف درازای ا ث است

۱۵۲ - اصل ۵ - هرگاه برخه نام برخه ای را درعددی ضرب کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۳ - تقسیم برخه نام برخه بر یك عدد - چنانکه دیدیم برخهٔ $\frac{۳}{۱۴}$ نصف برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ میباشد یعنی اگر برخهٔ $\frac{۳}{۱۴}$ مفروض باشد وبرخه‌نام آنرا بر ۲ قسمت کنیم برخه دو برابر میگردد

۱۵۴ - اصل ۶ - اگر برخه نام برخه ای را بر عددی تقسیم کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد

۱۵۵ - اصل کلی - بطور خلاصه میتوان گفت که اگر برخه‌شمار برخه ای را در عددی ضرب و یا برخه نام برخه ای را بر عددی تقسیم کنیم برخه درآن عدد ضرب میگردد وبالعکس اگر برخه شمار برخه ای را بر عددی تقسیم و یا برخه نام برخه ای را در عددی ضرب کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۶ - ساده کردن برخه - مقصود از ساده کردن برخه عبارتست از تبدیل برخهٔ مفروض ببرخهٔ دیگر که از حیث مقدار برابر آن ولی برخه شمار و برخه نام آن کوچکتر از برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض باشند - برای اجرای این عمل اصل ۲ را بکار میبریم یعنی برخه شمار وبرخه نام برخه را بریك عدد تقسیم مینمائیم

مثال - برخهٔ $\frac{۷۵}{۹۰}$ مفروض است میخواهیم آن را ساده کنیم - چون برخه شمار و برخه نام هر دو بر عدد ۳ قابل قسمت میباشند با تقسیم برخه شمار و برخه نام بر ۳ برخهٔ ما بصورت $\frac{۲۵}{۳۰}$ در میآید چنانکه دیده

میشود این برخه برابر برخهٔ مفروض ولی برخه شمار وبرخه نام آن کوچکتر از برخه شمار وبرخه نام برخهٔ مفروض هستند

۱۵۷ - ساده ترین صورت برخه - منظور از بدست آوردن ساده ترین صورت یك برخه عبارتست از تحویل برخهٔ مفروض ببرخهٔ دیگری که از حیث مقدار برابر آن ولی بین برخه شمار و برخه آن سازهٔ مشترکی جزیك وجود نداشته باشد یعنی برخه شمار وبرخه نام آن نسبت بیکدیگر اول باشند - واضح است که در این حال دیگر نمیتوان برخه شمار و برخه نام را بر عددی تقسیم نمود یعنی برخه بساده ترین صورت خود تحویل شده

مثال - دیدیم برخهٔ $\frac{۷۵}{۹۰}$ را میتوان بصورت $\frac{۲۵}{۳۰}$ ساده کرد ولی میتوان برخه شمار وبرخه نام این برخه اخیر را به ۵ تقسیم نمود برخهٔ $\frac{۵}{۶}$ بدست میآید که باز برابر $\frac{۷۵}{۹۰}$ خواهد بود - ولی چون دیگر سازهٔ مشترکی بین برخه شمار و برخه نام این برخه یعنی بین ۵ و ۶ وجود ندارد برخهٔ $\frac{۵}{۶}$ ساده ترین صورت برخهٔ $\frac{۷۵}{۹۰}$ خواهد بود

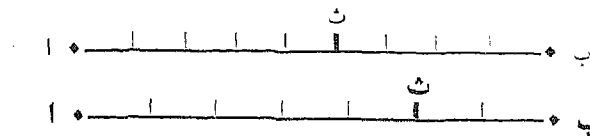
۱۵۸ - قاعده - برای تحویل یك برخه بساده ترین صورت خود برخه شمار و برخه نام آن را پی در پی بسازه های مشترکشان قسمت میکنیم تا دیگر سازهٔ مشترکی جزیك نداشته باشند - نیز میتوان برخه شمار وبرخه نام را بربزرگترین عادمشترکشان قسمت نمود - برخه بساده ترین صورت خود تحویل میگردد

۱۵۹ - مقایسهٔ دو برخه بابرخه نام مساوی - مثال - میخواهیم دوبرخهٔ $\frac{۷}{۱۵}$ و $\frac{۱۱}{۱۵}$ را که دارای برخه نامهای مساوی میباشند با یکدیگر مقایسه نمائیم - قطعه خط ا ب را گرفته آنرا به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم مینمائیم - یکمرتبه ۷ قسمت ومرتبهٔ دیگر ۱۱ قسمت آنرا اختیار

ب ـ ا د ث

مینمائیم دو قطعه خط ا ث و ا د بدست میآیند - چنانکه دیده میشود قطعه‌خط ا ث که نمایش برخهٔ $\frac{۷}{۱۵}$ است‌از قطعه خط ا د که نمایش برخه $\frac{۱۱}{۱۵}$ است کوچکتر میباشد ــ پس :

از دو برخه که دارای برخه نامهای برابر باشند آن برخه‌ای که برخه شمارش بزرگتر است بزرگتر میباشد

۱۶۰ - مقایسه‌دو برخه‌بابرخه شمارمساوی - مثال - میخواهیم دو برخهٔ $\frac{۵}{۹}$ و $\frac{۵}{۷}$ را با یکدیگر مقایسه نمائیم ــ دو خط ا ب و **ا ب** مساوی و بموازات یکدیگر نزدیك هم رسم میکنیم - برای نمایش برخهٔ $\frac{۵}{۹}$ قطعه خط ا ب را به ۹ قسمت کرده ٥ قسمت آنرا اختیار میکنیم قطعه خط ا ث بدست میآید

و برای نمایش برخهٔ $\frac{۵}{۷}$ قطعه خط **ا ب** را به ۷ قسمت متساوی تقسیم کرده ٥ قسمت آنرا اختیار میکنیم قطعه خط **ا ث** بدست میآید از روی شکل دیده میشود **ا ث** بزرگتر از ا ث است ــ از طرف دیگر واضح است که چون هر یك از تقسیمات خط ا ب از هریك از تقسیمات **ا ب** کوچکتر است ٥ جزء از تقسیمات ا ب (یعنی ا ث)نیز کوچکتر است از ٥ جزء از تقسیمات خط **ا ب** (یعنی **ا ث**) ــ پس :

از دو برخه که دارای برخه شمار های برابر باشند آن برخه ای که برخه نامش بزرگتر است کوچکتر میباشد ــ

میشود $\frac{۲۰}{۲۴}$ ــ بهمین ترتیب اگر در برخهٔ $\frac{۷}{۱۲}$ بجای ۱۲ برخه نام را ۲۴ قرار دهیم که دو برابر ۱۲ است باید برخه شمار را نیز در ۲ ضرب نمود تا مقدار برخه تغییر ننماید میشود $\frac{۱۴}{۲۴}$ و بالاخره اگر در برخهٔ $\frac{۳}{۸}$ بجای ۸ برخه نام را ۲۴ قرار دهیم که ۳ برابر ۸ است باید برخه شمار را نیز در۳ ضرب کرد تا مقدار برخه تغییر ننماید ومیشود $\frac{۹}{۲۴}$ پس :

$$\frac{۵}{۶}=\frac{۲۰}{۲۴} \qquad \frac{۷}{۱۲}=\frac{۱۴}{۲۴} \qquad \frac{۳}{۸}=\frac{۹}{۲۴}$$

بدین ترتیب سه برخه بدست آمده که دارای کوچکترین برخه نام مشترك میباشند

۱۶۴ - قاعده ــ برای تحویل چندین برخه بکوچکترین برخه نام مشترك بدواً در صورت لزوم این برخه ها را بساده ترین صورت خود تحویل میکنیم سپس کوچکترین مضرب مشترك بین برخه نامها تعیین مینمایم - این عدد کوچکترین برخه نام مشترك مطلوبست ــ برای تعیین برخه شمار ها این عدد را بر هر یك از برخه نامها تقسیم نموده خارج قسمت را در برخه شمار آن برخه ضرب نموده حاصل ضرب را برخه شمار قرار میدهیم

تبصره ــ اگر در مثال بالا میخواستیم برحه ها را بیك برخه نام تحویل کنیم بنا بقاعدهٔ که گفته شد برخه نام مشترك $۸ \times ۱۲ \times ۶ = ۵۷۶$ میگردید و واضح است محاسبه در برخه هائی که برخه نامشان ۲۴ است خیلی آسانتر از محاسبه دربرخه هائی است که برخه نامشان ۵۷۶ باشد

۱۶۵ - ملاحظه - هر گاه بر برخه شمار و برخه نام برخه ای که مساوی یك نباشد یك عدد اضافه کنیم در مقدار برخه تغییر حاصل میشود ــ بدینطریق که اگر برخه کوچکتر از یك است مقدار آن بزرگ

میشود و اگر برخه از یك بزرگتر است مقدار آن کوچك میگردد

مثال ۱ - برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ مفروض است بر برخه شمار و برخه نام آن ۲ میافزائیم میشود $\frac{۵}{۹}$ اما میدانیم برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ بقدر $\frac{۴}{۷}$ از یك کوچکتر است و برخهٔ $\frac{۵}{۹}$ بقدر $\frac{۴}{۹}$ از یك کوچکتر میباشد و واضح است که چون $\frac{۴}{۷}$ از $\frac{۴}{۹}$ بزرگتر است پس $\frac{۳}{۷}$ از $\frac{۵}{۹}$ کوچکتر میباشد یعنی با اضافه کردن ۲ بر برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض مقدار آن بزرگتر گشته زیرا بیك نزدیکتر شده است

مثال ۲ - برخهٔ $\frac{۹}{۷}$ مفروض است بر برخه شمار و برخه نام آن ۲ میافزائیم میشود $\frac{۱۱}{۹}$ — میدانیم برخهٔ $\frac{۹}{۷}$ باندازهٔ $\frac{۲}{۷}$ از یك بزرگتر است و برخهٔ $\frac{۱۱}{۹}$ باندازهٔ $\frac{۲}{۹}$ از یك بزرگتر است و چون $\frac{۲}{۹}$ از $\frac{۲}{۷}$ کوچکتر است پس $\frac{۹}{۷}$ از $\frac{۱۱}{۹}$ بزرگتر میباشد یعنی با افزودن ۲ بر برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض مقدار آن کوچکتر شده زیرا بیك نزدیکتر گردیده

مثال ۳ - برخه برابر یك $\frac{۷}{۷}$ را در نظر گیریم اگر بر برخه شمار و برخه نام آن ۲ بیفزائیم میشود $\frac{۹}{۹}$ که باز برابر یك است

۱۶۶ - نتیجه — بهمین ترتیب دیده میشود که اگر از برخه شمار و برخه نام برخهٔ کوچکتر از یك عددی تفریق کنیم برخه کوچکتر میشود و اگر از برخه شمار و برخه نام برخهٔ بزرگتر از یك عددی کم کنیم برخه بزرگتر میگردد و بالاخره اگر از برخه شمار و برخه نام برخه برابر با یك عددی کم کنیم در مقدار برخه تغییری حاصل نمیشود

اعمال چهارگانه در برخه ها

۱ - جمع برخه ها

۱۶۷ - حالتهای مختلف - در جمع دو یا چندین برخه ممکن است دو حالت اتفاق افتد : ۱ - تمام برخه هائی را که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم دارای برخه نام مساوی میباشند ۲ - برخه‌هائی را که میخواهیم با هم جمع کنیم دارای برخه نامهای مساوی نمیباشند

۱۶۸ - حالت ۱ - قاعده - برای بدست آوردن حاصل جمع چندین برخه که دارای یك برخه نام مشترك میباشند برخه نام مشترك را برخه نام و حاصل جمع برخه شمار ها را برخه شمار قرار میدهیم - اگر بعضی از برخه های جمع کردنی دارای جزء درست باشند آنها را نیز با هم جمع نموده جزء درست مجموع قرار میدهیم -

مثال - میخواهیم عدد های برخه ای $۳\frac{۶}{۱۵}$ و $۲\frac{۳}{۱۵}$ و $۹\frac{۷}{۱۵}$ و $\frac{۴}{۱۵}$ را با هم جمع کنیم - صورت عمل چنین است :

$$۳\frac{۶}{۱۵}+۲\frac{۳}{۱۵}+\frac{۴}{۱۵}+۹\frac{۷}{۱۵}=(۳+۲+۹)+\frac{۶+۳+۴+۷}{۱۵}=۱۴\frac{۲۰}{۱۵}=۱۵\frac{۱}{۳}$$

تبصره مهم - همواره باید دانش آموزان را عادت داد پس از بدست آوردن نتیجه عملهای برخه ای حاصل را بساده ترین صورت خود تحویل نمایند

تبصره - اگر بخواهیم یك یا چندین عدد درست را با چندین برخه که دارای یك برخه نام مشترك میباشند جمع کنیم مجموع آنها را بر جزء درست حاصل جمع (که ممکن است صفر باشد) اضافه میکنیم

۱۶۹ - حالت ۲ - قاعده - اگر برخه های جمع کردنی دارای یك

برخه نام مشترک نباشند بدواً چنانکه گفته شد آنها را تبدیل ببرخه‌هائی میکنیم که دارای برخه نام مشترک (یا کوچکترین برخه نام مشترک) باشند وسپس برخه های جدید را مانند حالت پیش باهم جمع میکنیم.

مثال - میخواهیم برخه های $۴\frac{۷}{۱۲}$ و $۵\frac{۳}{۱۵}$ و $۱\frac{۷}{۲۰}$ و $\frac{۲}{۷}$ و عدد درست ۱۲ را باهم جمع کنیم - کوچکترین مضرب مشترک بین عدد های ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۷ عبارتست از ۴۲۰ پس کوچکترین برخه نام مشترک نیز همین عدد است و برخه های بالا بترتیب ببرخه های زیر تبدیل میگردند: $۴\frac{۲۴۵}{۴۲۰}$ و $۵\frac{۸۴}{۴۲۰}$ و $۱\frac{۱۴۱}{۴۲۰}$ و $\frac{۱۲۰}{۴۲۰}$ پس:

$$۱۲+\frac{۱۲۰}{۴۲۰}+۱\frac{۱۴۱}{۴۲۰}+۵\frac{۸۴}{۴۲۰}+۴\frac{۲۴۵}{۴۲۰}=۱۲+\frac{۲}{۷}+۱\frac{۷}{۲۰}+۵\frac{۳}{۱۵}+۴\frac{۷}{۱۲}$$

$$=(۴+۵+۱+۱۲)+\frac{۲۴۵+۸۴+۱۴۱+۱۲۰}{۴۲۰}=۲۲\frac{۵۹۰}{۴۲۰}=۲۲\frac{۵۹}{۴۲}=۲۳\frac{۱۷}{۴۲}$$

تبصره مهم — جز در موردی که در جمع یا تفریق برخه ها برخه نامها برابر باشند بهتر است همیشه پیش از اجرای اعمال حسابی در برخه ها آنها را بساده ترین صورت خود تحویل نمود.

۲ — تفریق برخه ها

۱۷۰ - حالتهای مختلف — در تفریق برخه ئی از برخهٔ دیگر دو حالت ممکن است اتفاق افتد ۱ — مفروق ومفروق منه هر دو دارای برخه نام مشترک میباشند ۲ — مفروق ومفروق منه دارای برخه نامهای مشترک نمی باشند

۱۷۱ — حالت ۱ — قاعده — برای تفریق برخه ئی از برخهٔ دیگر که دارای همین برخه نام باشد برخه نام مشترک را نوشته برخه شمار

برخهٔ مفروق را از برخه شمار برخهٔ مفروق منه کم نموده مانده را برخه شمار آن قرار میدهیم –

اگر مفروق و مفروق منه دارای جزء درستی نیز باشند جزء درست مفروق را نیز از جزء درست مفروق منه کم میکنیم مانده عبارت خواهد بود از جزء درست ماندهٔ تفریق منظور

مثال - میخواهیم برخهٔ $۲\frac{۲}{۱۵}$ را از برخهٔ $۶\frac{۷}{۱۵}$ کم کنیم – صورت عمل چنین است :

$$۶\frac{۷}{۱۵}-۲\frac{۲}{۱۵}=(۶-۲)+\frac{۷-۲}{۱۵}=٤\frac{۵}{۱۵}=٤\frac{۱}{۳}$$

تبصره – اگر برخه شمار برخهٔ مفروق منه از برخه شمار برخهٔ مفروق کوچکتر باشد یک یا چندیکه از جزء درست مفروق منه را با قسمت برخه ای تجنیس میکنیم تا تفریق ممکن گردد

مثال - میخواهیم برخهٔ $۳\frac{۶}{۷}$ را از برخهٔ $۸\frac{۲}{۷}$ تفریق کنیم – چون برخه شمار برخهٔ مفروق منه از برخه شمار برخهٔ مفروق کوچکتر است یک یکه از ۸ یکهٔ درست مفروق منه را با برخهٔ $\frac{۲}{۷}$ تجنیس میکنیم میشود $۷\frac{۹}{۷}$ – سپس صورت عمل چنین است:

$$۸\frac{۲}{۷}-۳\frac{۶}{۷}=۷\frac{۹}{۷}-۳\frac{۶}{۷}=٤\frac{۳}{۷}$$

۱۷۳ - حالت ۳ - قاعده - اگر برخه نامهای مفروق و مفروق منه مشترک نباشند بدواً آنها را به برخه نام مشترک یا کوچکترین برخه نام مشترک تحویل میکنیم سپس چنانکه در بالا گفته شد عمل تفریق را انجام میدهیم –

وقتی هر دو سازهٔ ضرب برخه ای باشند بدواً اگر سازه ها دارای جزء درست باشند آنرا باجزء برخه ای تجنیس میکنیم ــ سپس در برخه هائی که بدین طریق بدست آمده برخه شمار ها را در یکدیگر و برخه نامها را نیز در یکدیگر ضرب میکنیم ــ باین ترتیب برخه شمار و برخه نام برخهٔ حاصل ضرب بدست میآید ــ

مثال - میخواهیم دو عدد برخه ای $۳\frac{۷}{۲۵}$ و $۴\frac{۳}{۱۲}$ را در هم ضرب کنیم ــ صورت عمل چنین است :

$$۳\frac{۷}{۲۵} \times ۴\frac{۳}{۱۲} = ۳\frac{۷}{۲۵} \times ۴\frac{۱}{۴} = \frac{۸۲}{۲۵} \times \frac{۱۷}{۴} = \frac{۱۳۹۴}{۱۰۰} = ۱۳\frac{۲۴}{۲۵}$$

۴ ــ تقسیم برخه ها

۱۷۶ - حالتهای مختلف ــ درتقسیم برخه ها سه حالت تشخیص داده میشود : ۱ ــ تقسیم برخه بر عدد درست ۲ ــ تقسیم عدد درست بر برخه ۳ ــ تقسیم برخه بربرخه

تبصره - در هر یك از سه حالت تقسیم برخه ها اگر مقسوم یا مقسوم علیه یا هر دو دارای جزء درستی باشند لازمست بدواً آنها را با جزء برخه‌ای تجنیس نمود.

۱۷۷ - حالت ۱ - قاعده ــ خارج قسمت تقسیم برخه بر عدد درست عبارتست از برخه ای‌که برخه شمار آن برخه شمار برخهٔ مقسوم و برخه نام آن حاصل ضرب برخه نام برخه مقسوم باشد در مقسوم‌علیه ــ بعبارهٔ ساده تر برای تقسیم برخه بر عدد درست باید عدد درست را در برخه نام برخهٔ مفروض ضرب نمود ــ

اگر برخه شمار برخه مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت باشد

میتوان آن برخه شمار را بر عدد درست مفروض قسمت کرد

مثال - میخواهیم برخهٔ $5\frac{5}{14}$ را بر ۱۵ قسمت کنیم - پس از تجنیس مقسوم بصورت $\frac{75}{14}$ در میآید و صورت عمل چنین است :

$$\frac{75}{14}:15=\frac{75}{14\times15}=\frac{75}{210}=\frac{5}{14}$$

میتوان نیز برخه شمار برخهٔ $\frac{75}{14}$ را بر ۱۵ قسمت نمود چنین خواهیم داشت : $\frac{75}{14}:15=\frac{75:15}{14}=\frac{5}{14}$

چنانه دیده میشود دو نتیجه یکی است

۱۷۸ - حالت ۳ - قاعده - برای تقسیم عدد درست بر برخه بدواً جای برخه شمار و برخه نام برخهٔ مقسوم علیه را عوض نمودیعنی مقسوم علیه را معکوس * میکنیم سپس مقسوم را در برخه ای که بدین ترتیب بدست میآید ضرب میکنیم - بعبارة دیگر مقسوم را درعکس برخهٔ مقسوم علیه ضرب مینمائیم -

مثال - میخواهیم عدد ۲۷ را بر برخهٔ $2\frac{5}{9}$ تقسیم کنیم بدواً جزء درست مقسوم علیه را تجنیس میکنیم میشود :

$2\frac{5}{9}=\frac{(2\times9)+5}{9}=\frac{23}{9}$ سپس طبق قاعده ای که گفته شد رفتار میکنیم صورت عمل چنین است :

---

* دو عدد را عکس یکدیگر گویند وقتی حاصل ضرب آنها برابر یک باشد مثلاً دو برخهٔ $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{3}$ عکس یکدیگر میباشند زیرا $\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=\frac{3\times5}{5\times3}=\frac{15}{15}=1$ پس برای بدست آوردن عکس عددی کافیست یک را بر آن عدد تقسیم کنیم - برای تعیین عکس یک برخه جای برخه شمار و برخه نام آن را عوض میکنیم - عکس هر عدد درست عبارتست از برخه‌ای که برخه شمارش یک و برخه نامش عدد مفروض باشد - مثلاً عکس عدد ۷ برخهٔ $\frac{1}{7}$ است زیرا $7\times\frac{1}{7}=\frac{7}{7}=1$

$$۲۷ : ۲\frac{۵}{۹} = ۲۷ : \frac{۲۳}{۹} = ۲۷ \times \frac{۹}{۲۳} = \frac{۲۷ \times ۹}{۲۳} = \frac{۲۴۳}{۲۳} = ۱۰\frac{۱۳}{۲۳}$$

۱۷۹ - حالت ۳ - قاعده - برای بدست آوردن خارج قسمت تقسیم یك برخه بر برخهٔ دیگر برخهٔ مقسوم را در عکس برخهٔ مقسوم علیه ضرب مینمائیم -

مثال - میخواهیم عدد برخه ای $۲\frac{۳}{۸}$ را بر عدد برخه ای $۵\frac{۶}{۱۱}$ تقسیم کنیم صورت عمل چنین است :

$$۲\frac{۳}{۸} : ۵\frac{۶}{۱۱} = \frac{(۲ \times ۸) + ۳}{۸} : \frac{(۵ \times ۱۱) + ۶}{۸} = \frac{۱۹}{۸} : \frac{۶۱}{۱۱} = \frac{۱۹}{۸} \times \frac{۱۱}{۶۱} = \frac{۲۰۹}{۴۸۸}$$

مسئله های عملی برخه

مسئلهٔ ۱ — عمل های زیرین را انجام دهید :

$$\frac{۱۴}{۲۷} + \frac{۱۷}{۳۶} + \frac{۹}{۱۲} \quad \text{و} \quad \frac{۱۷۵}{۹۷} + ۲\frac{۴۰}{۲۳} + ۷\frac{۱۲}{۵} + ۱۸\frac{۳۶}{۷۱}$$

$$۸\frac{۱۷}{۲۶} + ۴\frac{۹}{۱۸} + ۷\frac{۴۳}{۲۹} + ۱۸ + ۱۹\frac{۲}{۳۶} \quad \text{و} \quad ۱۷\frac{۳۲}{۱۶} + ۴\frac{۲۶}{۹۱} + ۸ + ۲\frac{۹}{۱۱} + ۹ + ۲\frac{۷}{۲۷}$$

$$۱۱\frac{۴۱}{۵۱} + ۸\frac{۳}{۹} + ۴ + ۱۳\frac{۱}{۶} + ۱۷۵ + ۲\frac{۸}{۹} + ۱۲\frac{۷۲۰}{۳۶۰}$$

مسئلهٔ ۲ — عمل های زیرین را انجام دهید :

$$۳\frac{۴۵}{۳۶} - ۲\frac{۷}{۱۱} \qquad \text{و} \; ۸\frac{۳}{۷} - ۷\frac{۹}{۱۱} \quad \text{و} \quad ۱۴\frac{۳۶}{۱۲} - ۹\frac{۴}{۱۵} \quad \text{و} \quad ۹\frac{۷۱}{۱۱} - ۱۲\frac{۴}{۱۵}$$

$$۸\frac{۱۰۱}{۱۲} - ۱۳\frac{۹}{۱۱} \; \text{و} \; ۵\frac{۲۵۳}{۲۷} - ۹\frac{۱۷}{۴۳}$$

مسئلهٔ ۳ — عمل های زیرین را انجام دهید :

$$۱۴ \times ۷\frac{۲}{۱۶} \; \text{و} \; ۱۳ \times ۹\frac{۱۲}{۲۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۸} \times ۷\frac{۳}{۴} \quad \text{و} \quad \frac{۹}{۴} \times ۸\frac{۱۷}{۲۱} \quad ۷\frac{۳}{۶} \times ۹\frac{۴}{۵}$$

$$۸\frac{۱۷}{۲۲} \times ۹\frac{۹۳}{۴۱} \quad \text{و} \quad ۱\frac{۲}{۷} \times ۲\frac{۴}{۵} \times ۶ \qquad ۹\frac{۲}{۱۱} \times ۷ \times ۱۸\frac{۳}{۵} \times ۲\frac{۳}{۶}$$

$$۱۴\frac{۳}{۵} \times ۷\frac{۲۵}{۳۶} \times \frac{۱۷}{۲۱} \times ۹\frac{۲}{۷} \qquad ۸\frac{۳}{۱۶} \times ۴\frac{۲}{۱۳} \times ۱۸ \times ۵\frac{۲}{۸}$$

$$۷\frac{۵}{۱۲} \times ۸ \times ۳۴\frac{۲}{۶} \times ۱۹\frac{۲۱}{۷} \times ۹\frac{۲}{۱۳} \times ۱۷ \times ۷\frac{۲۵}{۴۲} \times ۳۱\frac{۱۸۲}{۹۱}$$

برخه های متعارفی و برخه های دهدهی

۱۸۰ - تعریف - اگر برخه نام برخه یکی از توانهای ۱۰ مانند ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... باشد برخه را دهدهی و در غیر این صورت برخه را متعارفی خوانند - واضح است چنانکه درمبحث عددهای دهدهی دیدیم برخهٔ دهدهی را بصورت عدد دهدهی نیز میتوان نوشت و بالعکس هر عدد دهدهی را بصورت برخهٔ دهدهی نیز میتوان نوشت

مثال - برخهٔ $۳\frac{۴۲۵}{۱۰۰۰}$ را که برخه ایست دهدهی میتوان بصورت عدد دهدهی ۳ر۴۲۵ نیز نوشت و بالعکس عدد های دهدهی ۴ر۲۷ و ۱۶ر۷۳۱ و ۱۲۵ر۰۱۰۶ رامیتوان بصورت برخه های زیرین نوشت:

$$۴\frac{۲۷}{۱۰۰} \text{ و } ۱۶\frac{۷۳۱}{۱۰۰۰} \text{ و } ۱۲۵\frac{۱۰۶}{۱۰۰۰۰}$$

۱۸۱ - نکتهٔ مهم - برخه ای مانند $\frac{۵}{۷}$ در نظر میگیریم - علاوه بر معنائی که سابق برای این عدد تعریف نمودیم میتوان آنرا خارج قسمت تقسیم ۵ بر ۷ نیز دانست - زیرا برای تعیین خارج قسمت ۵ بر ۷ میتوانیم بموجب اصل ۱ که در تقسیم گفته شد هر یك از یکه های پنج گانهٔ مقسوم را بر ۷ قسمت نموده خارج قسمتها را با هم جمع کنیم - چون اولین یکه را بر ۷ قسمت کنیم خارج قسمت برابر $\frac{۱}{۷}$ میگردد - اگر دومین یکه را بر ۷ قسمت کنیم خارج قسمت باز برابر $\frac{۱}{۷}$ میشود - پس خارج قسمت ۵ را بر ۷ میتوان برابر مجموع: $\frac{۵}{۷}=\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}$ دانست - پس علامت $\frac{۵}{۷}$ رامیتوان نمایش دوعمل تصورنمود - اول آنکه یك را بر ۷ قسمت متساوی تقسیم نموده ۵ جزء ازآنرا اختیار کردهایم ودوم آنکه ۵ را بر ۷ قسمت نموده ایم -

۱۸۳ - تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخه دهدهی - از آنچه گفته شد چنین بر میآید که برای تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخه دهدهی کافیست برخه شمار برخهٔ متعارفی را بر برخه نام آن قسمت کنیم —

مثال - میخواهیم برخهٔ متعارفی $\frac{٥٣}{٨٠}$ را ببرخهٔ دهدهی تبدیل نمائیم: صورت عمل چنین است:

```
٥٣  ٨٠
٥٣٠  ٠٫٦٦٢٥
 ٥٠٠
  ٢٠٠
   ٤٠٠
    ٠٠٠
```

پس گوئیم:

(برخهٔ دهدهی) $٠٫٦٦٢٥ = \frac{٥٣}{٨٠}$ (برخهٔ متعارفی)

و یا $\frac{٦٦٢٥}{١٠٠٠٠} = \frac{٥٣}{٨٠}$ و چون برخه نام وبرخه شمار برخهٔ $\frac{٦٦٢٥}{١٠٠٠٠}$ را بر ۱۲۵ قسمت کنیم همان برخهٔ $\frac{٥٣}{٨٠}$ بدست میآید.

۱۸۳ - حالتهای مختلف — وقتی برای تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخهٔ دهدهی برخه شمار را بر برخه نام قسمت میکنیم دو حالت ممکن است اتفاق افتد:

۱۸۴ - حالت ۱ - بعد از چندین تقسیم مانده صفر میشود یعنی تقسیم خاتمه می یابد در این حالت گویند برخهٔ متعارفی مفروض تحویل ببرخهٔ دهدهی محقق شده است و یا آنکه برخهٔ دهدهی برابر با برخهٔ متعارفی مفروض میتوان بدست آورد — مثالی که در بالا گفته شد مربوط باین حالت میباشد —

۱۸۵ - حالت ۲ - چون برخه شمار برخهٔ متعارفی را بر برخه نام آن تقسیم کنیم مانده هیچوقت صفر نمیشود — یعنی عمل تقسیم خاتمه نمی یابد

این امر وقتی اتفاق میافتد که پس از آنکه یك یا چند پیکر از خارج قسمت تعیین شد بمانده‌ای برسیم که برابر یکی از مانده های پیش باشد در این صورت واضح است که در خارج قسمت یك یا چندین پیکر بترتیب معین تکرار شده مانده هیچگاه صفر نمیگردد

مثال۱ ـ میخواهیم برخهٔ متعارفی $\frac{۸}{۱۱}$ را ببرخه دهدهی تبدیل کنیم ــ صورت عمل چنین است :

```
۸   | ۱۱
۸۰  | ۰٫۷۲۷۲ ــ .
 ۳۰
  ۸۰
   ۳۰
    ⋮
```

پس گوئیم :

(برخه متعارفی) $\frac{۸}{۱۱}$ = ۰٫۷۲۷۲ ــ . (برخه دهدهی)

مثال ۲ ـ میخواهیم برخه‌متعارفی $\frac{۳۷۷}{۴۹۵}$ را ببرخه دهدهی تبدیل کنیم ــ صورت عمل چنین است :

```
۳۷۷   | ۴۹۵
۳۷۷۰  | ۰٫۷۶۱۶۱ ــ .
 ۳۰۵۰
   ۸۰۰
   ۳۰۵۰
     ۸۰۰
      ⋮
```

پس گوئیم :

(برخهٔ متعارفی) $\frac{۳۷۷}{۴۹۵}$ = ۰٫۷۶۱۶۱ ــ . (برخه دهدهی)

۱۸۶ ـ **نتیجه** ــ چنانکه دیده میشود در هیچیك از دو مثال بالا برخهٔ دهدهی برابر با برخهٔ متعارفی مفروض موجود نمیباشد و در هر دو تقسیم هر قدر عمل را ادامه دهیم مانده صفر نمیگردد

بعلاوه دیده میشود که در مثال ۱ دو پیکر ۷ و ۲ پی‌در پی تکرار میشوند و در مثال دوم دو پیکر ۶ و ۱ تکرار میگردند از طرف دیگر در مثال ۱ دورهٔ گردش یعنی ۷۲ بلا فاصله پس از ممیز شروع میگردد این نوع برخه را برخهٔ دهدهی دوره ای ساده خوانیم — ولی در مثال دوم دوره گردش یعنی ۶۱ بلافاصله پس از ممیز شروع نمیشود — این نوع برخه را برخهٔ دوره ای مرکب خوانند —

پس بطور خلاصه در تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخهٔ دهدهی سه حالت ممکن است اتفاق افتد :

۱ — برخه دهدهی محقق ۰٫۶۶۲۵ = $\frac{۵۳}{۸۰}$ (برخهٔ متعارفی)

۲ — برخهٔ دهدهی دوره‌ای ساده ۰٫۷۲۷۲۷۲... = $\frac{۸}{۱۱}$ (برخهٔ متعارفی)

۳ — برخهٔ دهدهی دوره‌ای مرکب ۰٫۷۶۱۶۱۶۱... = $\frac{۳۷۷}{۴۹۵}$ (برخهٔ متعارفی)

۱۸۷ - تبدیل برخهٔ دهدهی ببرخهٔ متعارفی — بنا بر آنکه برخهٔ دهدهی از یکی از سه نوع بالا باشد سه حالت اتفاق میافتد :

۱۸۸ - حالت ۱ — اگر بخواهیم برخه دهدهی محقق یعنی برخهٔ دهدهی که شمارهٔ پیکر های دهدهی آن محدود است ببرخهٔ متعارفی تبدیل کنیم کافیست پیکرهای بعداز ممیز را برخهٔ شمر قرار داده و برای برخه نام آن یکه ای بگذاریم که در راست آن بشمارهٔ پیکر های دهدهی صفر باشد — جزء پیش از ممیز قسمت درست این برخه را تشکیل خواهد داد — البته باید برخه ای را که بدین ترتیب بدست میآید بساده ترین صورت خود تبدیل نمود —

مثال - میخواهیم برخه های دهدهی محقق ۲٫۷۳ و ۳٫۴۲۵ و ۸٫۰۱۵ را ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم — صورت عمل چنین است :

۲٫۷۳ = $۲\frac{۷۳}{۱۰۰}$ و ۳٫۴۲۵ = $۳\frac{۴۲۵}{۱۰۰۰}$ = $۳\frac{۱۷}{۴۰}$ و ۸٫۰۱۵ = $۸\frac{۱۵}{۱۰۰۰}$ = $۸\frac{۳}{۲۰۰}$

۱۸۹ - حالت ۲ ـ برای تبدیل برخهٔ دهدهی دوره ای ساده ببرخهٔ متعارفی یك دورهٔ گردش را برخه شمار قرار داده در برخه نام بشمارهٔ پیکر های دورهٔ گردش عدد ۹ قرار میدهیم و برخه هائی را که بدین ترتیب بدست میآید در صورت امکان ساده مینمائیم ـ جزء پیش از ممیز قسمت درست برخه متعارفی را تشکیل خواهد داد

مثال - میخواهیم برخه‌های دهدهی دوره‌ای ساده ...۱۲٫۳۶۳۶۳۶ و ...۷٫۳۴۳۳۴۳ و ...۱۵٫۰۷۸۰۷۸ را که دوره های گردش آنها بترتیب (۳۶) و (۳۴۳) و (۰۷۸) است ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم ـ صورت عمل چنین است :

$$۱۲٫۳۶۰۰۰ = ۱۲\frac{۳۶}{۹۹} = ۱۲\frac{۴}{۱۱} \quad و \quad ۷٫۳۴۳۰۰ = ۷\frac{۳۴۳}{۹۹۹} \quad و \quad ۱۵٫۰۷۸۰۰ = ۱۵\frac{۷۸}{۹۹۹} = ۱۵\frac{۲۶}{۳۳۳}$$

۱۹۰ - حالت ۳ - برای تبدیل برخهٔ دهدهی دوره ای مرکب ببرخهٔ متعارفی برخه ای بدین طریق میسازیم: برای یافتن برخه شمار عددی مینویسیم مرکب از پیکر های غیرگردش پس از ممیز و یك دورهٔ گردش و از این عدد یك دورهٔ غیرگردش را تفریق میکنیم ـ برای یافتن برخه نام بشمارهٔ پیکرهای گردش عدد۹ و در راست آنها بشمارهٔ پیکرهای غیرگردش صفر قرار میدهیم

مثال ـ میخواهیم برخه های دهدهی دوره‌ای مرکب :

...۰٫۵۴۷۲۸۷۲۸ و ...۴٫۵۴۲۷۷۷ و ...۱۲٫۳۶۶۴۶۶۴۶

را که در آنها دوره های غیرگردش بترتیب عبارتند از (۵۴) و (۵۴۲) و (۳۶) و دوره های گردش بترتیب عبارتند از (۷۲۸) و (۷) و (۶۴۶) ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم ـ صورت عمل چنین است :

$$۰٫۵۴۷۲۸۷۲۸\ldots = \frac{۵۴۷۲۸ - ۵۴}{۹۹۹۰۰} = \frac{۵۴۶۷۴}{۹۹۹۰۰} = \frac{۲۷۳۳۷}{۴۹۹۵۰}$$

$$۴٫۵۴۲۸۷۷\ldots = ۴\frac{۵۴۲۷ - ۵۴۲}{۹۰۰۰} = ۴\frac{۴۸۸۵}{۹۰۰۰} = ۴\frac{۹۷۷}{۱۸۰۰}$$

$$۱۲٫۳۶۶۴۶۶۴۶\ldots = ۱۲\frac{۳۶۶۴۶ - ۳۶}{۹۹۹۰۰} = ۱۲\frac{۳۶۶۱۰}{۹۹۹۰۰}$$

باشد واگر ۳ از برخه شمار آن کم و۳ بر برخه نامش اضافه کنیم معادل $\frac{۲}{۳}$ گردد ($\frac{۲۷}{۳۳}$).

مسئله ۱۱۳ ـ دوعدد بیابید که مجموعشان ۴۰ باشد واگر یکی ازآنها را ببرخه شمار و دیگری را ببرخه نام برخه $\frac{۷}{۱۳}$ اضافه کنیم مقدار برخه تغییر ننماید (۱۴ و۲۶).

مسئله ۱۱۴ ـ میدانیم $\frac{۱۵}{۳۶}=\frac{۱۲۵}{۱۸۰}$ است ثابت کنید برخه ای که برخه شمارش برابرمجموع برخه شمارها وبرخه نامش برابر مجموع برخه نامها ـ یا اینکه برخه شمارش برابر ماندهٔ برخه شمار ها و برخه نامش برابر ماندهٔ برخه نامها باشد با این دو برخه برابرمیباشند.

مسئله ۱۱۵ ـ مطلوبست تعیین برخه‌ای که چون ۲۱ ببرخه شمار و۳۵ ببرخه نامش اضافه کنیم برخه ای معادل خود آن برخه حاصل گردد درصورتیکه میدانیم بزرگترین مقسوم علیه مشترك برخه شمارو برخه نام ۱۹ است ($\frac{۵۷}{۹۵}$)

مسئله ۱۱۶ ـ مخزنی بوسیله۳لوله ازبنزین پرمیشود لوله اول بتنهائی مخزن را در ۱۲ ساعت و دومی بتنهائی آن را در ۱۶ ساعت وسومی بتنهائی آنرا در۲۴ ساعت پرمیکنند ـ اگر هر ۳ لوله باز باشند مخزن در چه مدت پرمیشود ؟

(۵ ساعت ۲۰ دقیقه)

مسئله ۱۱۷ ـ در انباری ازچهار شیرنفت میریزد شیراول به تنهائی انبار را در ۸ ساعت دومی به تنهائی آنرا در ۲۰ ساعت و سومی به تنهائی آنرا در ۲۴ ساعت و چهارمی بتنهائی آنرا در ۳۰ ساعت پر میکنند ـ هرچهار شیر را باز میکنیم تا نصف انبار پر شود ـ از این موقع ببعد شیر اولی فقط $\frac{۲}{۳}$ آنچه نفت میداد نفت میدهد ـ معین کنید انبار پس از چه مدت کاملا پر میگردد (۴ ساعت ۲۴ دقیقه)

مسئله ۱۱۸ ـ انباری دومجرای ورود دارد وبوسیلهٔ تلمبه‌ای میتوان آنرا خالی کرد مجرای اول بتنهائی انبار را در۱۲ ساعت ودومی بتنهائی آنرا در۴ ساعت و۲۰ دقیقه پر میکند و تلمبه نیز در ۶ ساعت آنرا خالی میکند ـ در موقعیکه نصف انبار پر است هردو شیر وتلمبه را بکار میاندازیم ـ پس از چه مدت انبار پر میشود.

دقیقه ساعت
(۳ $۲۳\frac{۱۱}{۲۳}$)

مسئله ۱۲۹ - منبعی داریم دارای دومجرای ورودآب ویك مجرای خروج یکی از مجراهای ورود منبع را در۱۶ ساعت پر میکند ومجرای خروج منبع رادر ۱۲ ساعت خالی مینماید - میدانیم وقتی هر سه مجری بازباشند منبع در:
۵ ساعت و $\frac{۳۸}{٤۳}$ ۳٤ دقیقه پر میشود میخواهیم بدانیم مجرای دیگر ورود منبع را درچه مدت پر مینماید (۵ ساعت)

مسئله ۱۳۰ -کارمند یکی‌ازاداره‌های دولتی۸ درصد حقوق ماهانه خود را برای باز نشستگی ومالیات بردرآمد میپردازد $\frac{۱۷}{۳۲}$ بقیه حقوق او بعلاوه ۱۲۰ ریال هزینه اوست وبقیه راکه برابر $\frac{۱۸}{۱۲۵}$ حقوقش میباشد پس انداز مینماید مطلوبست حقوق ماهانه و اندوخته سالیانه اش (حقوق ماهانه ۱۲۵۰ ریال - اندوخته سالیانه ۲۱٦۰ ریال)

مسئله ۱۳۱- شخصی قطعه زمینی را ازقرار هرمتر مربعی ۷،۵ ریال میفروشد یکنفر $\frac{۲}{۹}$ آنراخرید ودیگری قسمتی دیگراز آنرا که برابری (معادل) $\frac{۱۱}{۸}$ قسمت اولی بود خرید و ٤۵۰۰ ریال بیش از اولی پول داد - مطلوبست مساحت زمین و سهم هریك از این دونفر (مساحت زمین ۷۲۰۰ متر مربع — سهم اولی ۱٦۰۰ متر مربع — سهم دومی ۲۲۰۰ متر مربع)

مسئله ۱۳۲ - مجموع حقوق دوآموزگار درماه ۱۰۸۰ ریال است هزینهٔ اولی $\frac{٤}{۵}$ درآمد او و هزینهٔ دومی $\frac{۳}{٤}$ درآمدش میباشد وبقیه حقوق خود را پس اندازمینمایند میخواهیم حقوق ماهانه هریك را تعیین کنیم درصورتیکه میدانیم مقدار اندوختهٔ هردو برابر است (اولی ٦۰۰ ریال دومی ٤۸۰ ریال)

مسئله ۱۳۳ - سه ظرف داریم اگر اولی را پر از آب کرده در سومی بریزیم یك چهارم ظرف سومی خالی میماند - اگر اولی را پر از آب کرده دومی را از آن پر سازیم باندازهٔ $\frac{۱}{٤}$ ازگنجایش ظرف اولی دراین ظرف آب باقی میماند اگر دومی را پر نموده در سومی بریزیم باید ۳٦ لیتر دیگر آب در ظرف سومی ریخت تا پر شود - مطلوبست گنجایش هریك از این سه ظرف (اولی ۷۲ لیتر دومی ٦۰ لیتر سومی ۹٦ لیتر)

مسئله ۱۳٤ - یك خیش کشاورزی در ۱۰ ساعت ۵ آر زمین را شخم میزند

ویك خیش دو گاوی در ۱۲ ساعت ۴۰ آر زمین را شخم میزند ـ تعیین کنید هریك ازاین دوخیش یك هکتار زمین را در چه مدت شخم میزنند واگر بخواهیم مزرعه‌ای را که مساحت آن ۸ هکتار است با این دو خیش متفقاً شخم بزنیم چند ساعت طول میکشد (اسبها در $\frac{۱}{۹}$ ۳۱ و ۱۸ (دقیقه ساعت) — گاوها در ۳۰ ساعت جمعاً ۸ هکتار را در $\frac{۷۹}{۱۳۱}$ ۹۱ ساعت شخم میزنند)

مسئله ۱۳۵ ـ سه دسته کارگر داریم دسته اول کاری‌را در ۲۵ ساعت دسته دوم همان کار را در ۳۰ ساعت دسته سوم همان کاررا در ۴۸ ساعت انجام میدهند اگر $\frac{۱}{۲}$ کارگران دسته اول و $\frac{۱}{۳}$ کارگران دسته دوم و $\frac{۱}{۵}$ کارگران دسته سوم را انتخاب کنیم کاررا در چند ساعت انجام میدهند ($\frac{۴۴}{۱۲۷}$ ۲۸ ساعت)

مسئله ۱۳۶ ـ شخصی یك توپ پارچه خرید $\frac{۲}{۹}$ آنرا از قرار متری ۱۰ ریال فروخت و ۳۲ ریال سود برد وبقیه را از قرار متری ۹٫۵ ریال فروخت و از فروش دوم ۸۴ ریال سود برد مطلوبست درازی پارچه و بهای خرید یك متر (درازی پارچه ۷۲ متر — بهای خرید یك متر ۸ ریال)

مسئله ۱۳۷ ـ دو نفر مبلغی‌را بین خود قسمت کردند بطوریکه سهم اولی $\frac{۳}{۲}$ سهم دومی شد ـ پس از آنکه اولی باندازهٔ $\frac{۲}{۹}$ آنچه داشت بسهم خود افزود ودومی باندازهٔ $\frac{۱}{۶}$ آنچه‌داشت خرج کرد اختلاف پول‌آنها ۱۸۰۰ ریال شدمطلوبست پول اصلی‌و سهم‌هریك (پول اصلی ۴۵۰۰ ریال سهم اولی ۲۷۰۰ ریال سهم دومی ۱۸۰۰ ریال)

مسئله ۱۳۸ ـ پارچه فروشی ۸۰ متر پارچه خرید ـ پس ازشستن درازای این پارچه باندازهٔ $\frac{۱}{۲۰}$ کم شد ـ اگر هرمتری را بقیمت خرید بفروشد ۲۲ ریال زیان میبرد ـ میخواهیم بدانیم هر متری را چند خریده و یکمتر آنرا بچه بهائی بفروشد تا ۵۴ ریال سود ببرد

(بهای خرید یك متر ۵٫۵ ریال — باید هرمتری را ۶٫۵ ریال بفروشد)

مسئله ۱۳۹ ـ پیراهن‌دوزی ۴۰ متر پارچه برای پیراهن خرید از قرار متری ۶٫۵ ریال و ۵ در صد تخفیف بازرگانی گرفت ـ میدانیم درازای این پارچه پس از شسته شدن باندازهٔ $\frac{۱}{۱۰}$ کم میگردد و هرپیراهن ۳ متر پارچه لازم دارد و هزینه و دستمزد دوخت هر پیراهن $\frac{۲}{۵}$ قیمت پارچهٔ آنست ـ مطلوبست : ۱ ـ شمارهٔ پیراهنهائی که میتواند بدوزد ۲ ـ هزینهٔ کلی ۳ ـ بچه‌قیمت هرپیراهن تمام میشود (شمارهٔ پیراهن ها ۱۲ ـ بهای پیراهن ها ۳۴۵٫۸ ریال بهای یك پیراهن تقریبا ۲۸٫۸۰ ریال)

بخش هشتم

دستگاه متری

۱۹۱ ـ مقدمه ـ هر یك از ملل از آغاز تمدن خود برای اندازه گرفتن بعضی چندی های پیوسته مهم مانند درازا و رویه (سطح) و گنج (حجم) و وزن و کیل و ...... یکه های مختلف اختیار نموده اند ولی اولاً این یکه ها در کشور های مختلف یکی نبوده وحتی در قسمتهای مختلف یك کشور نیز با یکدیگر تفاوت داشته اند ثانیاً محاسبه آنها با دستگاه ده دهی میسر نبوده زیرا اجزاء و اضعاف یکه های اختیار شده ده ده ترقی و تنزل نمینمود ــ کثرت ارتباط بین ملل مختلف و لزوم آسانی داد و ستد واحتیاجات علمی بشر را بفکر ایجاد یك دستگاه یکه های معینی انداخت که محاسبه با آنها بدستگاه ده دهی راجع شود برای این منظور فرانسویان در اواخر قرن هجدهم دستگاه متری را ایجاد و قبول نمودند که فعلا در اغلب کشور های متمدن بکار میرود حسن دیگر این دستگاه آنستکه چنانکه خواهیم دید در دستگاه متری یکه های رویه (سطح) و گنج (حجم) و وزن و کیل از روی یکه درازا بدست میآید ــ برای اینکه یکه درازائی که اختیار شده از طرفی اختصاص بکشور معینی نداشته و بتواند تعمیم یابد و از طرف دیگر با حوادث از بین نرود آنرا بکره زمین ارتباط و بستگی دادند بدین ترتیب که نصف النهار زمین را اندازه گرفته ۱/[illegible] آنرا یکه درازا اختیار نمودند و آنرا متر نامیده اند برای تعیین متر نخست دونفر مهندس فرانسوی موسوم به مشن و دلامبر

(Mechain و Delambre) قوس نصف‌النهار واقع میان دو شهر دونکرك و بارسلن (Barcelone و Dunkerque) را از ۱۷۹۲ تا ۱۷۹۵ اندازه‌گرفتند ولی استعمال دستگاه متری در کشور فرانسه از ۱۸٤۰ مسیحی اجباری شد و در ۱۸۷۵ عدهٔ زیادی از کشور های متمدن دستگاه متری را قبول نمودند ـ از ان ببعد سایر ملل نیز بتدریج آنرا بکار میبرند درکشور شاهنشاهی ایـران نیز بموجب قانون مصوب ۱۸ دیماه ۱۳۱۱ دستگاه متری رسماً قبول وبکار بردن آن اجباری گردیده ودستگاههای سابق ممنوع گشته است.

۱ ـ اندازه گرفتن درازا

۱۹۳ یکه ـ یکهٔ اندازه گرفتن درازا متراست وآن فاصلهٔ بین دوخط است که درروی نمونه بین‌المللی متر رسم شده این درازا تقریباً برابر یك چهل میلونم نصف النهار زمین است .

۱۹۳ ـ اضعاف و اجزاء ـ اضعاف و اجزاء متر بانسبت آنها بمتر درین جدول دیده میشود :

اجزاء			متر	اضعاف		
میلیمتر	سانتیمتر	دسیمتر		دکامتر	هکتومتر	کیلومتر
۰/۰۰۱ متر	۰/۰۱ متر	۰/۱ متر	۱ متر	۱۰ متر	۱۰۰ متر	۱۰۰۰ متر
هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان	صدگان	یگان هزار

۱۹۴ ـ خواندن و نوشتن ـ ازروی جدول بالا چنین معلوم میشود

که اگر یکه متر باشد پیکر اول بعد از ممیز نمایش دسیمتر ها وپیکر دویم بعد از ممیز نمایش سانتیمتر ها و پیکر سوم بعد از ممیز نمایش میلیمتر هاست و همچنین پیکر پیش از ممیز نمایش متر ها و پیکر پیش ازآن نمایش دکامتر ها وپیکر پیش از آن نمایش هکتو مترها و بالاخره پیکر پیش از آن که یکان هزار باشد نمایش کیلومتر هاست پس عدد ۷۲۶۳٫۴۵۲ متر چنین خوانده میشود ۷ کیلو متر و ۲ هکتومتر و ۶ دکامتر و ۳ متر و ٤ دسیمتر و ۵ سانتیمتر و ۲ میلیمتر ازطرف دیگر ۸ کیلومتر و ٤ هکتومتر و ۹ دکامتر و ۳ متر و ۲ دسیمتر و ٦ سانتیمتر و ۷ میلیمتر چنین نوشته میشود ۸٤۹۳٫۲٦۷ متر البته میتوان محض سهولت این عدد را نیز چنین خواند هشت هزار و چهار صد و نود و سه متر و دویست و شصت و هفت میلیمتر .

۱۹۵ - مورد استعمال متر واضعاف واجزاء آن — متر معمولاً در احتیاجات بازرگانی و ساختمانها و دکامتر در کشاورزی و مساحی ونقشه برداری وبالاخره کیلومتر درتعیین فصله های بزرگ مانند جادهها و راه آهن و سیمهای تلگراف و تلفن وغیره بکار میرود .

مورد استعمال اجزاء متر بیشتر در قسمتهای دقیق علمی وپیشه و هنر (فیزیك و مکانیك و غیره) میباشد .

۱۹٦ - یکه های درازای دریائی — یکهای که بیشتر در کشتی رانی هنوز بکار میرود میل دریائی است وآن عبارتست از درازای قوس یکدقیقه (یعنی یك شصتم درجه) ازنصف النهار — درازای میل دریائی برحسب متر تقریباً برابر است با ۱۸۵۱٫۸۵ متر = [illegible] که تقریباً برابر ۱۸۵۳ متر میشود

برای تعیین سرعت ناو ها گره دریائی بکار میرود وآن عبارتست

از درازای قوسی از نصف النهار برابر نیم ثانیه یعنی $\frac{۱}{۱۲۰}$ دقیقه مقدار آن برحسب متر برابر است با ۱۵٫۴۳ متر = $\frac{۱۸۵۱٫۸۵}{۱۲۰}$ سرعت ناوها عبارتست از شماره گره هائی که ناو در نیم دقیقه می پیماید پس اگر ناوی ۳۵ گره سرعت داشته باشد یعنی در نیم دقیقهٔ زمان ۳۵ گره طی نماید در یکساعت ۳۵ میل دریائی خواهد پیمود.

۲ ـ اندازه گرفتن رویه (سطح)

۱۹۷ - یکه ـ یکه‌اندازه گرفتن رویه مترمربع است وآن عبارتست از مربعی که پهلوی (ضلع) آن یکمتر باشد.

۱۹۸ - اضعاف و اجزاء ـ در سنجیدن رویه باید ملتفت باشیم که هر یکه صد برابر یکه زیر دست و یك صدم یکه بالا دست است مثلا یك متر مربع صد دسیمترمربع ویك صدم دکامتر مربع است اگرمربعی که هر پهلویش مثلا یك دسیمتر و بنا براین رویه آن یك دسیمتر مربع باشد اختیار نموده و یکه را سانتیمتر قرار دهیم درازای هر پهلوی آن مربع ده سانتیمتر خواهد بود و چنانکه در هندسه خوانده ایم وسعت این مربع همانطور که از شکل نیز واضح میشود ۱۰ × ۱۰ یعنی ۱۰۰ سانتیمتر مربع خواهد بود.

نامهای اضعاف و اجزای متر مربع با نسبت آنها بمتر مربع درین جدول دیده میشود ـ دکامتر مربع را که برابر صد مترمربع است آرنیز گویند و در کشاورزی برای مساحت زمینها بکار میرود هکتومتر مربع را که برابر ده هزار متر مربع یاصد آر است هکتار نیز گویند ودرتعیین مساحت زمینهای زراعتی بکار میبرند و بالاخره کیلومتر مربع در تعیین وسعت قطعه هائی از کشور یا مساحت کشور بکار میرود مثلا میدانیم که:

اجزاء			متر مربع	اضعاف		
ملیمتر مربع	سانتیمتر مربع	دسیمتر مربع		دکامتر مربع	هکتومتر مربع	کیلومتر مربع
۰/۰۰۰۰۰۱ متر مربع	۰/۰۰۰۱ متر مربع	۰/۰۱ متر مربع	۱ متر مربع	۱۰۰ متر مربع	۱۰۰۰۰ متر مربع	۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع
صد هزارم و میلیونم	هزارم و ده هزارم	دهم و صدم	یکان و دهگان	صدگان و یکان هزار	ده هزار و صد هزار	میلیون و ده میلیون

سانتیمتر
۱۰ = ۱ دسیمتر

سانتیمتر
۱۰ = ۱ دسیمتر

مساحت کشور شاهنشاهی ایران برابر

۱،٦۴۵،۰۰۰ کیلومتر مربع میباشد

۱۹۹ - نوشتن و خواندن - چون اجزاء و اضعاف متر مربع صد بصد تنزل و ترقی مینمایند یعنی هر یکه صد برابر کوچکتر از یکه مرتبه بالا تر و صد برابر بزرگتر از یکه مرتبه پائین‌تر است درموقع نوشتن هر یکه ای با دو پیکر نمایش داده میشود مثلا اگر یکه متر مربع باشد چنانکه از روی جدول بالا برمیاید دو پیکر اول و دویم پس از ممیز نمایش دسیمتر های مربع و دو پیکر سوم و چهارم نمایش سانتمیر ها و دو پیکر پنجم و ششم نمایش میلیمتر های مربع است — بهمین طریق دو پیکر یکان و دهگان نمایش متر های مربع و دو پیکر صدگان و یکان هزار نمایش دکامتر های مربع و .... میباشد .

مثلا - چهارده متر مربع و سی و هفت دسیمتر مربع و ۸ سانتیمتر مربع را بحسب متر مربع چنین مینویسند ۱۴ر۳۷۰۸ متر مربع همچنین عدد ۳۷ر۱۴۲٦۰۸ متر مربع خوانده میشود ۳۷ متر مربع و ۱۴ دسیمتر مربع و ۲٦ سانتیمتر مربع و ۸ میلیمتر مربع - و عدد ۱۴۵٦۰۷۳ متر مربع چنین خوانده میشود : یك میلیون و چهارصد و پنجاه و شش هزار و هفتاد وسه متر مربع یا چهار هزار و پانصد و شصت آر و هفتاد و سه متر مربع یا صد و چهل و پنج هکتار و شش هزار و هفتادوسه متر مربع و یا بالاخره یك کیلومتر مربع و ۴۵ هکتومتر مربع و ٦۰ دکامتر مربع و ۷۳ متر مربع

اندازه گرفتن گنج

۳۰۰ - یکه - یکهٔ اندازه گرفتن گنج متر مکعب است و آن عبارتست از مکعبی که یال آن یکمتر باشد -

۳۰۱ - اجزاء - نامهای اجزاء متر مکعب و نسبت آنها بمتر مکعب در جدول زیر دیده میشود :

متر مکعب	اجزاء		
	دسیمتر مکعب	سانتیمتر مکعب	میلیمتر مکعب
۱ متر مکعب	۰/۰۰۱ متر مکعب	۰/۰۰۰۰۰۱ متر مکعب	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱ متر مکعب
یکان	دهم صدم هزارم	ده هزارم صد هزارم میلیونم	ده میلیونم صد میلیونم میلیاردم

۳۰۲ اضعاف - اضعاف متر مکعب مورد استعمال ندارند .

۳۰۳ - خواندن و نوشتن - چون نظیر آنچه که دربارهٔ متر مربع در شماره ۱۹۸ گفتیم دربارهٔ متر مکعب بنظر آورده شود دیده میشود که هر یکه هزار برابر یکه زیر دست است و چنانکه از این جدول بر میآید برای نمایش هر یک از اجزای متر مکعب سه پیکر لازم است یعنی اگر یکه متر مکعب باشد سه پیکر پس از ممیز نمایش دسیمتر های مکعب و سه پیکر پس از آن نمایش سانتیمتر های مکعب و بالاخره سه پیکر پس از آن (هفتم و هشتم و نهم) نمایش میلیمتر های مکعب خواهد بود -

مثال - عدد ۲۲ر۴۰۲۷۳۶۰۴۸ متر مکعب - چنین خوانده میشود : ۲۲ مترمکعب وچهار صدو دو دسیمتر مکعب و ۷۳۶ سانتیمتر مکعب و ۴۸ میلیمتر مکعب .

۴ - اندازه گرفتن وزن

۲۰۴ - یکه - یکهٔ اندازه گرفتن وزن کیلوگرم است وآن عبارتست از وزن استوانه ای از طلای سفید که در دفتر بین المللی اوزان و مقادیر ضبط میباشد - و وزن یك دسیمتر مکعب آب نیز تقریباً یك کیلوگرم است .

۲۰۵ - اضعاف کیلوگرم - از اضعاف کیلوگرم فقط تن که برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است در کشور ایران مورد استعمال دارد

۲۰۶ - گرم - گرم عبارتست از یك هزارم کیلوگرم که تقریباً وزن یك سانتیمتر مکعب آب مقطر چهار درجه حرارت باشد - در اندازه گیریهای دقیق علمی و فنی گرم و اجزاء آن بکار میرود .

۲۰۷ - اجزاء گرم - اجزاءِ گرم عبارتند از دسیگرم که برابر با یکدهم گرم و سانتیگرم که برابر است با یکصد گرم و بالاخره میلیگرم برابر است با یك هزارم گرم .

۲۰۸ - مورد استعمال - همیشه تن برای اجناس سنگین وزن بازرگانی و کیلوگرم در داد وستد های عادی و گرم و اجزاء آن چنانکه گفته شد در اندازه گیریهای دقیق علمی و فنی بکار میرود .

خواندن و نوشتن - اگر یکه گرم باشد پیکر دهم نمایش دسیگرم و پیکر صدم نمایش سانتیگرم و پیکر هزارم نمایش میلی گرم است .

من و خروار وسیر ــ در کشور ایران من قانونی برابر با ۳ کیلوگرم است و ۱۰۰ من یا ۳۰۰ کیلوگرم را یک خروار خوانند هرمن ۴۰ سیر است بنابر این سیر قانونی برابر ۷۵ گرم میباشد .

۵ ـ اندازه گرفتن کیل

در بعضی کشورها معمول است که مایعات و بعضی حبوبات را بعوض اینکه وزن‌نمایند با گنج خرید و فروش میکنند دریمورد یکهٔ خاصی برای اندازه گنج که دریمورد کیل نامیده میشود اختیار شده است

۳۰۹ـ یکه ـ یکه کیل لیتر است و آن گنجایش ظرفی است که گنج درونی آن یك دسیمتر مکعب باشد .

۳۱۰ ـ اضعاف واجزاء ـ اضعاف لیتر عبارتند از دکالیتر (۱۰ لیتر) و هکتولیتر (۱۰۰ لیتر) بجای کیلو لیتر که برابر با ۱۰۰۰ لیتر است متر مکعب بکار میرود ــ اجزاء لیتر عبارتند ازدسی لیتر که برابر یکدهم لیتر است و سنتی لیتر که برابر یکصدم لیتر است و بجای میلی لیتر که برابر یك هزارم لیتر است سانتیمتر مکعب بکار میرود .

۳۱۱ ـ بستگی وزن با کیل ــ چنانکه گفتیم هر کیلوگرم تقریباً برابر است با وزن یك دسیمتر مکعب آب مقطر چهار درجه حرارت ولیتر هم گنج یك دسیمتر مکعب میباشد پس میتوان گفت که کیلوگرم برابر است با وزن یك لیتر آب مقطر چهار درجه حرارت و واضح است که وزن یك لیتر ازجسم دیگر غیر از آب یك کیلوگرم نخواهدبود مثلاً وزن یك لیتر شیر گاو خالص برابر ۱٫۰۳۰ کیلوگرم و یك لیتر الکل خالص ۰٫۷۹۲ کیلوگرم وزن دارد .

٦ ـ اندازه گرفتن زمان

۳۱۲ - یکه ـ یکه زمان شبانه روزاست و آن عبارتست ازمدت زمان بین دو ظهر (نیم روز) یا دو نیم شب پی درپی .

۳۱۳ - ساعت ـ شبانه روز را به ٢٤ قسمت متساوی قسمت کرده هر یك را ساعت خوانند .

اجزاء ساعت ـ اجزاء ساعت یك دقیقه است که برابر $\frac{۱}{٦۰}$ ساعت و ثانیه است که برابر با $\frac{۱}{٦۰}$ دقیقه یا $\frac{۱}{۳٦۰۰}$ ساعت باشد پس در شبانه روز ۸٦٤۰۰ ثانیه وجود دارد ـ اجزاء کوچکتر از ثانیه را با اعشار ثانیه اندازه میگیرند ـ در اندازه گیریهای علمی ثانیه یکه زمان است .

۳۱۴ - سال ـ سال خورشیدی عبارتست از مدت زمانی که لازم است تا زمین یکدور کامل دور خورشید بگردد بعبارت دیگر سال خورشیدی عبارتست از مدت زمانی که زمین در آن یکدور حرکت انتقالی خود را انجام دهد همانطور که میدانیم سال خورشیدی دارای :

ثانیه	دقیقه	ساعت	روز	
٤٦	٤٨	٥	۳٦٥	یا تقریباً ۳٦٥ روز

و ٦ ساعت است

سال به چهار فصل : بهار ـ تابستان ـ پائیز ـ زمستان و ۱۲ ماه : فروردین ـ اردیبهشت ـ خرداد ـ تیر ـ مرداد ـ شهریور ـ مهر آبان ـ آذر ـ دی ـ بهمن ـ اسفند قسمت میشود ـ

مبدء سال در کشور ایران روز اول فروردین یا نوروز است شش ماه اول هر یك ۳۱ روز و از ٦ ماه دویم پنج ماه اول هر یك

۳۰ روز دارند و ماه اسفند معمولا ۲۹ روز است ولی چون هر چهار سال یکبار اضافه مدت سال بر ۳۶۵ روز قریب یك روز میگردد یکروز باسفند ماه اضافه میکنند و اسفند ۳۰ روز میشود این نوع سال را سال کبیسه خوانند .

۷ - یکهٔ پول

۴۱۵ - ریال ـ یکهٔ پول در کشور شاهنشاهی ایران ریال است و ارزش آن معادل با ۲۸۳۲۲۳۷۰ . ۰ گرم زر ویژه است ـ

۴۱۶ - اضعاف و اجزاء ـ اضعاف ریال عبارتست از پهلوی که برابر با ۱۰۰ ریال است ـ اجزاء ریال عبارتست از دینار که برابر با ۱/۱۰۰ ریال میباشد

۴۱۷ - پولهای رایج - پولهای رایج در ایران سکه های ۵ دیناری و ۱۰ دیناری و ۵۰ دیناری است که جنس آن مفرق آلومینیوم میباشد و فقط بانك ملی ایران حق چاپ اسکناس را دارد و اسکناسها در کشور ایران عبارتند از : اسکناس ۵ ریالی و ۱۰ ریالی و ۲۰ ریالی و ۵۰ ریالی و ۱۰۰ ریالی و ۵۰۰ ریالی و ۱۰۰۰ ریالی .

بخش نهم

نسبت و تناسب

۲۱۸ - تعریف نسبت - شماره و اندازه دفعاتی که مقداری در مقدار دیگر از یك چندی میگنجد و یا بطور کلی خارج قسمت دو عدد را نسبت آن دو مقدار یا دو عدد خوانند و هر یك از این دو مقدار یا دو عدد را دو جملهٔ نسبت نامند ــ و آنرا بصورت برخه نمایش میدهند

مثال - دو قطعه خط داریم یکی ا ب بدرازای ۱۲ سانتیمتر و دیگری ث د بدرازای ۳ سانتیمتر ــ نسبت درازای قطعه خط ا ب را بدرازای قطعه خط ث د نسبت درازاهای این دو قطعه خط خوانند و آنرا چنین نمایش میدهند $\frac{اب}{ثد}$ اماچون ۱۲ = ا ب و۳ = ث د پس میتوان نوشت ٤ = $\frac{۱۲}{۳}$ = $\frac{اب}{ثد}$ یعنی درازای قطعه خط ا ب چهار برابر قطعه خط ث د است ــ

همچنین نسبت دو عدد ۱۳ و ۷ عبارتست از برخهٔ $\frac{۱۳}{۷}$

۲۱۹ - نتیجه مهم ــ از این جا معلوم میگردد که نسبت دومقدار هم جنس یا دو عدد مطلق عددی است عددی مطلق.

۲۲۰ - خواص نسبتها ــ کلیهٔ خواصی را که برای برخه ها گفتیم نسبتها نیز دارا میباشند.

۲۲۱ - تعریف تناسب - دو یا چندین نسبت متساوی تشکیل یك تناسب میدهند

مثال - اگر درازای خط a پنج برابر درازای قطعه خط b باشد

و درازای قطعه خط c نیز پنج برابر درازای قطعه خط d باشد واضح است که $\frac{a}{b} = ۵$ و $\frac{c}{d} = ۵$ واز مقایسهٔ این دو نسبت متساوی تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = ۵$ بدست میآید که آن را نیز میتوان چنین نوشت $a : b = c : d$ و تناسب را چنین میخوانیم : نسبت a به b برابر است با نسبت c به d

۲۴۳ - دو کرانه و دو میان - چنانکه گفتیم تناسب از برابری دو یا چندین نسبت تشکیل می یابد - ساده ترین صورت تناسب که از دو نسبت برابر ساخته میشود دارای چهار جزء است که آنها را جمله های تناسب خوانند - جمله های نخست و چهارم را که دو طرف واقع شده اند دو کرانهٔ تناسب و جمله های دوم و سوم را که در وسط قرار گرفته اند دو میان تناسب خوانند مثلا در مثال پیش یعنی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ و یا $a : b = c : d$ دو جمله a و d را دو کرانه و دو جمله b و c را دو میان تناسب خوانیم

۲۴۴ - خاصیت اصلی تناسب - در هر تناسب حاصل ضرب دو کرانه برابر است با حاصل ضرب دو میان - یعنی اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد چنین داریم $a\,d = b\,c$

مثال - در تناسب $\frac{۹}{۱۲} = \frac{۱۵}{۲۰}$ میخواهیم بدون انجام عمل ضرب تحقیق کنیم که حاصل ضرب دو کرانه یعنی ۹ × ۲۰ برابر حاصل حاصل ضرب دو میان یعنی ۱۲ × ۱۵ میباشد - برای اینکار دو برخهٔ $\frac{۹}{۱۲}$ و $\frac{۱۵}{۲۰}$ را بمانند برخه نمای مشترک تحویل میکنیم چنین خواهیم داشت :

$$\frac{۹}{۱۲} = \frac{۹ \times ۲۰}{۱۲ \times ۲۰} \qquad \frac{۱۵}{۲۰} = \frac{۱۵ \times ۱۲}{۲۰ \times ۱۲}$$

اما چون $\frac{۹}{۱۲} = \frac{۱۵}{۲۰}$ پس چنین داریم : $\frac{۹ \times ۲۰}{۱۲ \times ۲۰} = \frac{۱۵ \times ۱۲}{۲۰ \times ۱۲}$

این دو برخهٔ برابر دارای برخه نمای برابرند پس حتماً برخه

شمار های آنها برابر میباشد یعنی ۱۲ × ۱۵ = ۲۰ × ۹

۲۲۴ - صورتهای مختلف یك تناسب - فرض کنیم $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد از خاصیت اصلی تناسب که در بالا گفته شد میتوان استفاده نموده با چهار جملهٔ (a , b , c , d) هفت تناسب دیگر نوشت که با تناسب مفروض هشت تناسب میشود

$$(1)\ \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\quad(2)\ \frac{a}{c}=\frac{b}{d}\quad(3)\ \frac{d}{b}=\frac{c}{a}\quad(4)\ \frac{d}{c}=\frac{b}{a}$$

$$(5)\ \frac{c}{d}=\frac{a}{b}\quad(6)\ \frac{b}{d}=\frac{a}{c}\quad(7)\ \frac{c}{a}=\frac{d}{b}\quad(8)\ \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$$

برای بدست آوردن صورتهای ۲ و ۳ و ٤ از صورت ۱ بترتیب مکان دو میان یا کرانه یا هر دو را تغییر میدهیم و برای یافتن صورتهای دیگر جای دو طرف تساوی را در چهار صورت اول تغییر میدهیم - چنانکه دیده میشود اگر در هر یك از صورت های هشت گانه خاصیت اصلی تناسب را بنویسیم بیك نتیجه میرسیم که عبارتست از تساوی $ab = cd$.

۲۲۵ - ترکیب نسبت - تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ مفروض است بر طرفین آن یك میافزائیم چنین میشود :

$$\frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1 \text{ و یا } \frac{a}{b}+\frac{b}{b}=\frac{c}{d}+\frac{d}{d} \text{ و یا بالاخره } \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

۲۲٦ - نتیجه - در هر تناسب نسبت مجموع دو جمله اول و دوم بجمله دوم برابر است با نسبت مجموع دو جملهٔ سوم و چهارم بجملهٔ چهارم - این عمل را ترکیب نسبت خوانند .

۲۲۷ - تفضیل نسبت - از طرفین تناسب مفروض $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ یك کم میکنیم چنین خواهیم داشت :

$$\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1 \text{ و یا } \frac{a}{b}-\frac{b}{b}=\frac{c}{d}-\frac{d}{d} \text{ و یا } \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

۲۲۸ - نتیجه - در هر تناسب نسبت ماندهٔ دو جملهٔ اول و دوم بجمله دوم برابر است با نسبت ماندهٔ دو جمله سوم و چهارم بجملهٔ چهارم

و این عمل را تفضیل نسبت نامند ـ در این عمل اگر a از b کوچکتر باشد c نیز از d کوچکتر بوده و آنوقت باید تفضیل نسبت را در صورت هشتم یعنی $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ اجرا نمود .

تبصره - ترکیب و تفضیل نسبت را در صورتهای هفتگانهٔ دیگر تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ نیز میتوان انجام داده صورتهای تازه ای بدست آورد .

۲۲۹ - مورد استعمال . اگر دو یا چند نسبت برابر داشته باشیم نسبت حاصل جمع برخه شمارها بحاصل جمع برخه نامها برابر هریك از نسبتها میباشد .

فرض کنیم $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد چنانکه دیدیم این نسبت را میتوان بصورت $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ نوشت اگر در این تناسب اخیر ترکیب نسبت کنیم بصورت $\frac{a+c}{c}=\frac{b+d}{d}$ در میآید و چون در این تناسب جای دو میان را عوض کنیم چنین خواهیم داشت $\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$ پس $\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

تحقیق در چگونگی این خاصیت وقتی بیش از دو نسبت برابر داشته باشیم بر عهدهٔ دانش آموز است .

۲۳۰ - نتیجه مهم - اگر در تناسبی یکی از چهار جمله مجهول و سه جملهٔ دیگر معلوم باشند میتوان از خاصیت اصلی تناسب استفاده نموده جملهٔ مجهول را که معمولا بحرف ا نمایش داده میشود بدست آورد

مثال - میخواهیم جملهٔ مجهول ا را در تناسب $\frac{ا}{۱۲}=\frac{۱۰}{۸}$ بدست آوریم بموجب خاصیت اصلی تناسب میدانیم حاصل ضرب دو کرانه برابر حاصل ضرب دو میان است یعنی ۱۲ × ۱۰ = ۸ × ا یعنی هشت برابر جملهٔ مجهول برابر ۱۲ × ۱۰ میباشد پس جملهٔ مجهول برابر

$ا=\frac{۱۰ \times ۱۲}{۸}=\frac{۱۲۰}{۸}=۱۵$ است و چنانکه دیده میشود $\frac{۱۵}{۱۲}=\frac{۱۰}{۸}$

۲۳۱ - قاعده . اگر یکی از دو میان تناسبی مجهول باشد برای

بدست آوردن آن کافیست حاصل ضرب دو کرانه را برمیان معلوم قسمت کرد - و اگر یکی از دو کرانهٔ تناسبی مجهول باشد برای بدست آوردن آن کافیست حاصل ضرب دومیان را بر کرانهٔ معلوم قسمت نمود .

۲۳۲ واسطهٔ هندسی- هرگاه در تناسبی دومیان برابر باشند مانند $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ گویند که b واسطهٔ هندسی است بین a و c و آنرا چنین نیز مینویسند $a^۲ = b\,c$ - بعبارهٔ دیگر هرگاه توان دوم عددی برابرحاصل ضرب دو عدد دیگر باشد گوئیم این عدد واسطهٔ هندسی بین آن دو عدد میباشد .

مثال - عدد ٦ واسطهٔ هندسی است بین ٤ و ٩ زیرا $٦^۲ = ٤ \times ٩$ پس $\frac{٤}{٦}=\frac{٦}{٩}$

۲۳۳ - واسطه عددی - هرگاه عددی برابر نصف مجموع دو عدد دیگر باشد آن را واسطهٔ عددی بین آن دوعدد خوانند

مثلا اگر $b=\frac{a+c}{۲}$ و یا $۲\,b = a + c$ باشد b واسطهٔ عددی است بین دوعدد c و a

مثال- عدد ۷ واسطهٔ عددی است بین ٤ و ۱۰ زیرا $۷=\frac{٤+۱۰}{۲}$ و آنرا نیز میتوان چنین نوشت $۷ - ٤ = ۱۰ - ۷$

تناسب مستقیم و تناسب معکوس

مثال - ۱ سیمی ازآهن داریم که یك متر آن ۲۵ گرم وزن دارد مسلم است دو متر آن $۲ \times ۲۵ = ۵۰$ گرم وزن خواهد داشت و سه متر آن $۳ \times ۲۵ = ۷۵$ گرم وزن دارد - پس اگر دوقطعه از این سیم اختیار

کنیم که درازای یکی ازآنها مثلاً ۷ برابر درازای دیگری باشد وزن آن نیز ۷ برابر وزن دیگری خواهد بود ــ بعبارهٔ دیگر اگر درازای سیم مثلاً ۷ برابر گردد وزن آن نیز ۷ برابر میشود یعنی نسبت درازای دو قطعه سیم برابر نسبت وزن آنها خواهد بود :

$$\frac{\text{وزن قطعه سیم اول}}{\text{وزن قطعه سیم دوم}} = \frac{\text{درازای قطعه سیم اول}}{\text{درازای قطعه سیم دوم}}$$

این تناسب را بصورت زیرین میتوان نوشت :

$$\text{وزن یکمتر از سیم} = \frac{\text{وزن قطعه سیم دوم}}{\text{درازای قطعه سیم دوم}} = \frac{\text{وزن قطعه سیم اول}}{\text{درازای قطعه سیم اول}}$$

چنانکه در این مثال دیده میشود نسبت وزن هر قطعه سیم بدرازای آن برابر نسبت وزن قطعه دیگری از این سیم بدرازای آن میباشد یعنی بین وزن قطعه از سیم و درازای آن تناسبی وجود دارد و چون بازیاد شدن وزن سیم درازای آن زیادتر میشود و بالعکس با کم شدن وزن درازا نیز کم میگردد این تناسب را مستقیم خوانند.

۲۳۴ ـ تناسب مستقیم ـ گوئیم دو چندی مستقیماً متناسب میباشند هرگاه اولی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر گردد دومی نیز ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر شود یا اگر چندی اول ۲ یا ۳ یا ٤ . . . برابر کوچکتر شود چندی دوم نیز ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر کوچکتر گردد.

مثال ۲ ـ فاصلهٔ بین دو شهرستان که در کنار راه آهن قرار گرفته اند برابر ۳٦۰ کیلومتر میباشد ــ اگر ترنی با تندی ۹۰ کیلومتر در ساعت حرکت کند این فاصله را در $4 = \frac{360}{90}$ ساعت طی مینماید ــ اگر ارابه ای داشته باشیم که در ساعت ٦ کیلومتر به پیماید این فاصله را در $60 = \frac{360}{6}$ ساعت خواهد پیمود ــ معلوم میشود هر قدر وسیلهٔ نقلیه تندتر حرکت کند مسافت معینی را درمدت کمتری می پیماید ــ چون راهی را که ترن در یکساعت می پیماید که عبارتست از تندی آن و برابر

۹۰ کیلومتر میباشد پانزده برابر راهی است که ارابه در یکساعت میپیماید که عبارتست از تندی ارابه و برابر ۶ کیلومتر میباشد پس مدتی را که ارابه در راه خواهد بود پانزده برابر مدتی است که ترن در راه میباشد بعبارهٔ دیگر اگر تندی وسیله نقلیه پانزده برابر بزرگتر گردد مدتی را که این وسیله برای پیمودن راه معینی لازم دارد پانزده مرتبه کوچکتر میشود یا $\frac{۶۰}{٤} = \frac{۹۰}{٦}$ و یا

$$\frac{\text{مدتی که ارابه در راه بوده}}{\text{مدتی که ترن در راه بوده}} = \frac{\text{تندی ترن}}{\text{تندی ارابه}}$$

و یا

$$\frac{\text{مدتی که ارابه در راه است}}{\text{تندی ارابه}} = \frac{\text{تندی ترن}}{\text{مدتی که ترن در راه است}}$$

چنانکه در این مثال دیده میشود نسبت تندی یك متحرك بمدتی که این متحرك راه معینی را میپیماید برابر است با نسبت مدتی که متحرك دیگر همین راه را میپیماید به تندی آن - بعبارهٔ دیگر نسبت تندی متحرك اول بمدتی که در راه است برابر عکس نسبت تندی متحرك دوم است بمدتی که در راه میباشد - یعنی بین تندی یك متحرك و مدتی که این متحرك راه معینی را میپیماید تناسبی وجود دارد و چون با زیاد شدن تندی مدت کم میگردد این تناسب را معکوس خوانند -

۲۳۵ - تناسب معکوس - گوئیم دو چندی معکوساً متناسب میباشند هرگاه اولی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر بزرگ گردد دومی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر کوچکتر شود و بالعکس اگر اولی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر کوچکتر گردد دومی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر بزرگتر شود

تناسب ساده

۲۳۶ - تعریف ـ اگر دو چندی متغیر داشته باشیم که مستقیماً یا معکوساً متناسب باشند و دو مقدار از چندی اول و مقدار نظیر یکی از این دو مقدار از چندی دوم در دست باشند مقصود از حل این تناسب ساده بدست آوردن مقداری از چندی دوم است که نظیر مقدار دیگر از چندی اول باشد ـ

مثال ۱ ـ شخصی فاصله دو دهستان را که ۱۸ کیلو متر است در ۳ ساعت می‌پیماید میخواهیم بدانیم همین شخص فاصلهٔ دو دهستان دیگر را که ۲۷ کیلو متر است در چه مدت طی خواهد نمود ـ چنانکه دیده میشود در این مثال ما دو چندی متغیر داریم یکی زمان و دیگری مسافت پیموده شده در این زمان ـ واضح است که این دو چندی مستقیماً متناسب میباشند زیرا اگر مدتی را که شخص در راه است ۲ یا ۳ یا ۴ یا . . . برابر کنیم مسافتی که در این مدت پیموده ۲ یا ۳ یا ۴ یا . . . برابر میگردد ـ

از چندی اول که مسافت است دو مقدار یکی ۱۸ کیلو متر و دیگری ۲۷ کیلو متر معلوم میباشند و از چندی دوم فقط ۳ ساعت که نظیر ۱۸ کیلو متر است در دست میباشد منظور ما تعیین مقداری از زمان است که متناظر با ۲۷ کیلو متر میباشد ـ اگر مجهول را با حرف x نمایش دهیم با تعریف تناسب مستقیم چنین خواهیم داشت

$$\frac{\text{۳ ساعت}}{x\ \text{ساعت}} = \frac{\text{۱۸ کیلو متر}}{\text{۲۷ کیلو متر}}$$

و از آنجا با استفاده از خصیصت اصلی تناسب $18 \times x = 3 \times 27$ یعنی

۱۸ برابر مقدار مجهول برابر حاصل ضرب ۲۷ × ۳ میباشد پس چنین

داریم $x = \frac{۳ \times ۲۷}{۱۸} = \frac{۸۱}{۱۸} = ۴\frac{۱}{۲}$ ساعت یعنی آن شخص ۲۷ کیلو متر را در چهار ساعت و نیم طی مینماید

۲۳۷ - قاعده ۳ ــ در تناسب مستقیم برای یافتن مقدار مجهول کافیست عدد همجنس x را در مقدار نظیر x از چندی دیگر ضرب نموده حاصل ضرب را بر مقدار نظیر عدد همجنس x تقسیم کنیم

۲۳۸ - طرز عمل ــ معمولا در حل تناسب ساده سه جمله معلوم و جمله مجهول را بطریقی مینویسیم که هر یك از این جمله ها در یکی از گوشه های مربع مستطیلی قرار گیرند و هر دو جملهٔ هم جنس زیر یکدیگر واقع شوند ــ برای تعیین

۳ ساعت	۱۸ کیلو
x ساعت	۲۷ کیلو

مقدار x در تناسب مستقیم دو جمله ای که در گوشه های مجاور x قرار گرفته اند در هم ضرب نموده حاصل ضرب را برجمله معلوم دیگر تقسیم میکنیم ــ در عمل از رسم مربع مستطیل صرف نظر میشود

مثال ۲ - برای ساختن قطعهٔ از راه لازمست ۲۶ کارگر در مدت ۶ روز کار کنند ــ میخواهیم بدانیم اگر بجای ۲۶ کار گر فقط ۱۲ کارگر داشته باشیم کار در چه مدت تمام میشود ــ

چنانکه دیده میشود در این مثال نیز دو چندی متغیر داریم یکی شمارهٔ کارگر ها و دیگری شمارهٔ روز های کار و واضح است که این دوچندی معکوساً متناسبند ــ زیرا اگر در انجام کار معینی شمارهٔ کارگرها ۲ یا ۳ یا ۴ . . . برابر گردد مدت لازم برای انجام آن کار ۲ یا ۳ یا ۴ یا . . . مرتبه کوچك میگردد و بالعکس اگر شماره کارگرها ۲ یا ۳

یا ٤ یا . . . مرتبه کم گردد مدت لازم برای انجام کار ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . مرتبه زیاد میگردد ـ از چندی اول که شمارهٔ کارگرهاست دو مقدار ۲۶ و ۱۲ معلوم میباشد و از چندی دوم فقط ٦ روز که نظیر ۲۶ کارگر است در دست است ـ منظور ما از حل این مسئله تعیین مدتی است از زمان که متناظر با ۱۲ کارگر میباشد ـ اگر مجهول را به x نمایش دهیم با تعریف تناسب معکوس چنین خواهیم داشت :

$$\frac{\text{٦ روز}}{x\ \text{روز}} = \frac{\text{۱۲ کارگر}}{\text{۲۶ کارگر}} \quad \text{و یا} \quad ۱۲\,x = ٦ \times ۲۶$$

یعنی ۱۲ برابر مقدار مجهول برابر حاصل ضرب ۲۶ × ٦ میباشد

پس مجهول ما برابر است با $x = \frac{٦ \times ۲۶}{۱۲} = ۱۳$ روز یعنی ۱۲ کارگر آن کار را در ۱۳ روز انجام میدهند

۳۳۹ ـ قاعده ۳ ـ در تناسب معکوس برای یافتن مقدار مجهول کافیست عدد هم جنس x را در مقدار نظیر خودش ضرب کرده حاصل ضرب را بر مقدار نظیر x قسمت کنیم

۳۴۰ ـ طرز عمل ـ معمولاً درحل تناسب معکوس نیز سه جملهٔ معلوم و جملهٔ مجهول را بطریقی مینویسیم که هر یك از این جمله ها دریکی از گوشه های مربع مستطیلی قرار گیرند و هر دو جملهٔ همجنس زیر یکدیگر واقع شوند برای تعیین مقدار x در تناسب معکوس دو جملهٔ سطری را که حاوی x نمیباشد در یکدیگر ضرب کرده حاصل را برجملهٔ معلوم سوم قسمت میکنیم ـ معمولاً درعمل از رسم مربع مستطیل صرف نظر میشود .

٦ روز	۲۶ کارگر
x روز	۱۲ کارگر

تبصره ـ در هر یك از دو مثال بالا اول نوع تناسب را ازحیث

مستقیم و یا معکوس بودن تعیین نموده سپس راه‌حل هر یك از دو نوع را ذکر کردیم - ولی برای حل هر نوع تناسب قاعدهٔ کلی و عمومی موجوداست موسوم بقاعده تحویل بیك که در زیر بذکر آن میپردازیم:

۴۴۱ - تحویل بیك - طرز ساده‌ایست برای حل هر گونه تناسب بدون توجه باینکه تناسب مفروض مستقیم است یامعکوس

حل مثال ۱ - شخصی فاصلهٔ دو دهستان را که ۱۸ کیلو متر است در ۳ ساعت میپیماید میخواهیم بدانیم همین شخص فاصله دو دهستان دیگررا که ۲۷ کیلو متر است درچه مدت طی مینماید -

اگر ما بتوانیم تعیین کنیم این شخص یك کیلو متر را در چه مدت میپیماید باضرب این مدت در ۲۷ معلوم میکنیم که ۲۷ کیلو متر را در چه مدت خواهد پیمود - اما میدانیم این شخص ۱۸ کیلو متر را در ۳ ساعت می پیماید- پس برای تعیین مدت پیمودن یك کیلومتر باید ۳ ساعت را به ۱۸ کیلو متر قسمت کنیم میشود $\frac{۳}{۱۸}$ ساعت و این عدد عبارتست از مدتی که در آن مدت شخص مفروض یك کیلو متر راه را می پیماید و چون برای پیمودن ۲۷ کیلو متر ۲۷ مرتبه بیشتر وقت لازم خواهد بود مقدار مجهول ما عبارتست از $۲۷ \times \frac{۳}{۱۸} = ٤\frac{۱}{۲}$ که همان چهار ساعت ونیم است که درپیش یافتیم.

حل مثال ۲ - برای ساختن قطعه ای از راه لازم است ۲٦ کارگر مدت ٦ روز کار کنند میخواهیم بدانیم اگر بجای ۲٦ کار گر ۱۲ کار گر داشته باشیم کار مفروض در چه مدت تمام میشود

اگر ما بتوانیم تعیین کنیم یك کار گر بتنهائی کار مفروض را در چه مدت انجام میدهد با تقسیم این مدت بر ۱۲ میتوانیم بآسانی معلوم کنیم که ۱۲ کار گر آن کار را در چه مدت تمام میکنند - اما

میدانیم ۲۶ کارگر در ۶ روز آن کار را انجام میدهند پس یک کارگر بتنهائی همان کار را در ۲۶ مرتبه بیشتر وقت یا ۶ × ۲۶ روز انجام میدهد ـ این عدد عبارتست از شمارهٔ روزهای لازم برای اینکه یکنفر کارگر بتنهائی کار مفروض را تمام کند ـ پس اگر ۱۲ کارگر داشته باشیم مدت لازم برای انجام کار ۱۲ مرتبه کمتر و یا برابر $۱۳ = \frac{۲۶ \times ۶}{۱۲}$ است که همان جواب سابق میباشد

۲۴۳ ـ تبصره مهم ـ با ذکر این دو مثل طرز حل مسائل تناسب با قاعدهٔ تحویل بیک معلوم گشت ـ در هر مسئله حسن طرز بیان ممکن است کمی تفاوت کند ولی با مختصر تمرین آشنائی کامل باین قاعده حاصل میگردد ـ

لازمست همواره دانش آموزان را وادارند مسائل تناسب را **منحصراً** با قاعده تحویل بیک حل کنند.

تناسب مرکب

۲۴۴ ـ تعریف ـ اگر چند چندی مختلف متناسب داشته باشیم و از هر یک از آنها یک مقدار معلوم باشد بطوریکه این مقادیر متناظر یکدیگر باشند مقصود از حل تناسب مرکب تعیین مقدار مجهولی از این چندیهاست وقتی سایر مقادیر چندیهای دیگر تغییر نمایند

مثال ۱ ـ ۵ نفر کارگر ۶۰ متر مکعب خاک برداری را در ۸ روز کار انجام میدهند ـ میخواهیم بدانیم ۱۲ نفر کارگر ۱۸۰ متر مکعب خاک برداری را در چند مدت انجام میدهند ـ مقادیر معلوم و مقدار مجهول مسئله را بطریق ذیل مرتب مینمائیم :

برای حل مسئله ابتدا فرض میکنیم که میخواهیم ۱۲ کارگر

۸ روز	۶۰ مترمکعب	۵ کارگر
» x	» ۱۸۰	» ۱۲

همان ۶۰ متر مکعب را خاك برداری کنند و مدت لازم را برای انجام این عمل تعیین میکنیم یعنی میگوئیم ۵ کارگر ۶۰ متر مکعب خاك برداری را ۸ روز انجام میدهند پس ۱۲ نفر کارگر همان کار را در چند روز تمام میکنند ـ مقدار کار برای هر دو دسته برابر و تناسب معکوس است و مقدار مجهول برابر است با $\frac{۸\times۵}{۱۲}$ یعنی ۱۲ کارگر در $\frac{۸\times۵}{۱۲}$ روز ۶۰ متر مکعب خاك برداری میکنند ـ حال میخواهیم بدانیم همین عده برای خاك برداری ۱۸۰ متر مکعب چندروز باید کار کنند ـ در اینجا تناسب مستقیم ومجهول مابرابراست با $x = \frac{۸\times۵}{۱۲}\times\frac{۱۸۰}{۶۰} = \frac{۸\times۵\times۱۸۰}{۱۲\times۶۰} = ۱۰$ روز

پس ۱۰ روز جواب مسئله است.

حل این مثال با تحویل بیك ـ برای حل این مسئله باقاعده تحویل بیك طرز استدلال بطریق زیرین است گوئیم :

چون ۵ کارگر مقدار ۶۰ مترمکعب خاك برداری را در ۸ روز انجام میدهند

پس ۱	»	»	۶۰	»	»	»	۸×۵	»	»
» ۱	»	»	۱	»	»	»	$\frac{۸\times۵}{۶۰}$	»	»
» ۱۲	»	»	۱	»	»	»	$\frac{۸\times۵}{۶۰\times۱۲}$	»	»
» ۱۲	»	»	۱۸۰	»	»	»	$\frac{۸\times۵\times۱۸۰}{۶۰\times۱۲}$	»	»

همان جواب که دربالا یافتیم باز بدست آمده $X = \frac{۸\times۵\times۱۸۰}{۶۰\times۱۲} = ۱۰$ روز

مثال ۴ - ۸ دروگر در مدت ۱۲ روز مزرعهٔ را که درازای آن یك کیلومتر و پهنای آن ۱۲۰ متراست درو میکنند در صورتیکه روزی

۹ ساعت کار کنند ــ میخواهیم بدانیم اگر ۶ دروگر بخواهند در ۱۵ روز مزرعه را که درازای آن ۸۰۰ متر و پهنای آن ۱۵۰ متر است درو کنند روزی چند ساعت باید مشغول کار باشند

مقادیر معلوم و مقدار مجهول مسئله را بدینطریق مینویسیم :

۸ دروگر	۱۲ روز	۱۰۰۰ متر درازا	۱۲۰ متر پهنا	۹ ساعت
۶ «	۱۵ «	۸۰۰ «	۱۵۰ «	x «

برای حل این مسئله ابتدا فرض میکنیم فقط شمارهٔ کارگر ها تغییر کرده باشد پس گوئیم اگر ۸ دروگر با روزی ۹ ساعت کار کاری را انجام میدهند ۶ دروگر همان کار را با روزی (تناسب معکوس) $\frac{9 \times 8}{6}$ ساعت کار انجام خواهند داد ــ حال اگر بجای ۱۲ روز همین ۶ نفر ۱۵ روز کار کنند باید روزی (تناسب معکوس) $\frac{9 \times 8}{6} \times \frac{12}{15}$ ساعت کار کنند ــ و اگر درازای مزرعه بجای ۱۰۰۰ متر ۸۰۰ متر بشد باید روزی (تناسب مستقیم) $\frac{9 \times 8 \times 12}{6 \times 15} \times \frac{800}{1000}$ ساعت کار کنند و بالاخره اگر پهنای مزرعه بجای ۱۲۰ متر ۱۵۰ متر بشد باید با همین عده و همین شرایط روزی (تناسب مستقیم) $\frac{9 \times 8 \times 12 \times 800}{6 \times 15 \times 1000} \times \frac{150}{120}$ ساعت کار کنند و این مقدار همین مجهول مسئله است که برابر است با :

$$\frac{9 \times 8 \times 12 \times 800 \times 150}{6 \times 15 \times 1000 \times 120} = ۹ \text{ ساعت } ۳۶ \text{ دقیقه}$$

حل این مثال با تحویل بیک ــ برای حل این مسئله با قاعده تحویل بیک طرز استدلال بطریق زیرین است گوئیم :

برای اینکه ۸ درو گر در ۱۲ روز مزرعهٔ را بدرازای ۱۰۰۰ متر و پهنای ۱۲۰ متر درو کنند باید روزی ۹ ساعت کار کنند

»	۱	»	۱۲	»	»	۱۰۰۰	»	۱۲۰	»	»	$\text{۹}\times\text{۸}$	»
»	۱	»	۱	»	»	۱۰۰۰	»	۱۲۰	»	»	$\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}$	»
»	۱	»	۱	»	»	۱	»	۱۲۰	»	»	$\frac{\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}}{\text{۱۰۰۰}}$	»
»	۱	»	۱	»	»	۱	»	۱	»	»	$\frac{\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}}{\text{۱۰۰۰}\times\text{۱۲۰}}$	»
»	٦	»	۱	»	»	۱	»	۱	»	»	$\frac{\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}}{\text{۱۰۰۰}\times\text{۱۲۰}\times\text{٦}}$	»
»	٦	»	۱۵	»	»	۱	»	۱	»	»	$\frac{\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}}{\text{۱۰۰۰}\times\text{۱۲۰}\times\text{٦}\times\text{۱۵}}$	»
»	٦	»	۱۵	»	»	۸۰۰	»	۱	»	»	$\frac{\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}\times\text{۸۰۰}}{\text{۱۰۰۰}\times\text{۱۲۰}\times\text{٦}\times\text{۱۵}}$	»
»	٦	»	۱۵	»	»	۸۰۰	»	۱۵۰	»	»	$\frac{\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}\times\text{۸۰۰}\times\text{۱۵۰}}{\text{۱۰۰۰}\times\text{۱۲۰}\times\text{٦}\times\text{۱۵}}$	»

جواب مسئله همانست که بطریق بالا بدست آمده : ۳٦ دقیقه ۹ ساعت $= \frac{\text{۹}\times\text{۸}\times\text{۱۲}\times\text{۸۰۰}\times\text{۱۵۰}}{\text{۱۰۰۰}\times\text{۱۲۰}\times\text{٦}\times\text{۱۵}} = \text{۹٫٦}$

۲۴۴ - تبصره ۱ ـ برای آسان کردن عمل در هر نوع تناسب میتوان پیش از شروع بحل مسئله دوجمله را که در هریك ازستونها قرار گرفته اند بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان قسمت نمود زیرا در برخه ای که جواب مسئله را بدست خواهد داد یکی از این دو جمله در برخه شمار ودیگری دربرخه نام قرار خواهد گرفت ـ مثلا اگر در مثال بالا این عمل را انجام دهیم تناسب چنین خواهد شد :

و مقدار x که از روی آن بدست خواهد آمد بدین صورتست :

کارگر	روز	متر درازا	متر پارچه	ساعت
٤	٤	٥	٤	۹
۳	٥	٤	٥	x

۳۶ ۹ = [illegible] = x که ازصورتی که در بالا یافتیم خیلی ساده تر است

تبصره ۲ - لازمست دانش آموزان را [illegible] تمرین زیاد عادت داد که ازنوشتن عملهای جزئی در حل مسئله های تناسب خودداری نموده یعنی استدلال را درذهن انجام داده نتیجه را بتدریج بنویسند .

مسئله ها

مسئله ۱۳۰ — [illegible] ۳۲۸,۰۳۲ متر میشد — [illegible] (۱۶۴۰۱۶ متر)

مسئله ۱۳۱ — [illegible] برابر $\frac{1}{2}$ گردد (عدد ۰)

مسئله ۱۳۲ — [illegible] از این قسمتها را [illegible]

۱ — تعیین نسبت ساعت جدید بساعت معمولی ودقیقه جدید بدقیقه معمولی و ثانیه جدید بثانیه معمولی

۲ — اگر ساعت جدید ۹۰ ثانیه ۸۵ دقیقه ۴ ساعت را نشان دهد ساعت معمولی چه وقتی را نشان خواهد داد

۳ — اگر ساعت معمولی ۱۸ ثانیه ۲۴ دقیقه ۸ ساعت را نشان دهد ساعت جدید چه وقتی رانشان خواهد داد

مسئله ۱۳۳ — دوترن درروی یك خط حرکت مینمایند تندیهای آنها متناسبند با عددهای ۱۰ و۹ ترن اول ۳۵۰ کیلومتر را در۷ ساعت میپیماید میخواهیم بدانیم دومی ۱۴۴ کیلومتر را درچه مدت خواهد پیمود (۳ ساعت و۱۲ دقیقه)

مسئله ۱۳۴ — کارگری $\frac{3}{7}$ کاری را در ۱۲ روز انجام داد کارگر دیگری داریم که کاری راکه اولی در ۴ ساعت انجام میداد در ۵ ساعت انجام میدهد ـ این کارگر دوم بقیه کار را درچه مدت تمام میکند و اگر پس از انجام کار رویهم مبلغ ۲۸۰ ریال دستمزد بگیرند بهریك چقدر میرسد (بقیه کار در ۲۰ روز تمام میشود دستمزد اولی ۱۲۰ ریال ـ دستمزد دومی ۱۶۰ ریال)

مسئله ۱۳۵ — درکارخانهٔ ۲۸ مرد و۱۲ زن و۱۵ طفل کارمیکنند ـ پس از ۶ روزکار هفتگی مزد همه آنها ۲۳۸۲ ریال است ـ میدانیم مزد روزانهٔ ۳ مرد برابر مزد روزانه ۵ زن ومزد روزانهٔ یك زن دوبرابر مزد روزانهٔ یك بچه است تعیین کنید مزدروزانه یك مردویك زن و یك بچه را (مرد ۱۰ ریال زن ۶ ریال طفل ۳ ریال)

مسئله ۱۳۶ — شعاع چرخهای جلو یك درشکه ۴۵ سانتیمتر وقطر چرخهای عقب آن ۱۲۰ سانتیمتر است. اگر پس از طی مسافتی چرخهای جلو ۱۰۰۰ دور بیش از چرخهای عقب چرخیده باشند تعیین کنید اولا درشکه چه مسافتی را پیموده وثانیاً هریك ازچرخها چند دورچرخیده اند ۳۰۱۴ = پی (مسافت طی شده ۱۱۳۰۴ متر چرخ های جلو ۴۰۰۰ دور ـ چرخهای عقب ۳۰۰۰ دور)

مسئله ۱۳۷ — برای تغییر مسیل یك شهرستان بایدخندقی کنند بدرازی ۳۰ متر وپهنای ۶ متر ـ یك دسته کارگر انجام اینکار را برای ۲۰ روز تعهد نمودند ولی ۴ نفر ازکارگران ۱۵ روز نتوانستند درکار شرکت کنند واز این جهت کار پس از ۲۵ روزتمام شد درصورتیکه میدانیم هرکارگر بطور متوسط روزی ۳ متر مکعب خاك برداری

میکنند معین کنید اولا گودی خندق را و ثانیاً شماره همه کارگرانرا (گودی خندق ٤ متر شمارهٔ کارگران ۱۲ نفر)

مسئله ۱۳۸ — سه قطعه زمین داریم بشکل مربع مستطیل که ارزش یکمتر آنها یکی است وطوری پهلوی یکدیگر قرار گرفته اند که پهناهای اولی و دومی از طرفی و درازا های دومی و سومی از طرف دیگر برابر میباشند مجموع درازاها ۱۱۰ متر ومجموع پهناها ٦۸ متر است ومیدانیم که جمعاً این سه قطعه زمین ۲۰۱٦۰ ریال ارزش دارند و بهای آنهاهم بترتیب متناسبند باعدد های ۱۰ و ٦ و ٥ مطلوبست درازا و پهنای هرقطعه وبهای یك متر مربع آنها (درازاها بترتیب ٥۰ و ۳۰ و ۳۰ متر و پهنا ها بترتیب ۲٤ و ۲٤ و ۲۰ متر ـ بهای یکمتر مربع ۸ ریال)

مسئله ۱۳۹ — دو قطعه زمین داریم که نسبت مساحت اولی بدومی مثل ۲ است به ۳ و قیمت ٤ متر مربع اولی برابر قیمت ۳ متر مربع دومی است درصورتیکه دو قطعه زمین رویهم ۳۰ آر مساحت و ۱٦۲۰۰ ریال ارزش دارند معلوم کنید مساحت وقیمت یکمتر مربع هر قطعه را (مساحت اولی ۱۲۰۰ متر مربع ـ مساحت دومی ۱۸۰۰ متر مربع بهای متر مربع اولی ٤٫٥ ریال ـ بهای متر مربع دومی ٦ ریال)

بخش دهم

مرابحه

۱ - مرابحه ساده

۲۴۵ - تعریف - همانطور که اگر شخصی ملك یا خانه یا هر چیزی را که بتوان از آن در صنعت یا کشاورزی یا بازرگانی یا در شئون دیگر زندگانی استفاده نمود برای مدت معینی باختیار شخصی یا بنگاه دیگری بگذارد پس ازانقضای این مدت عین آن چیز باضافه مبلغی بعنوان مال الاجاره یا اجرت المثل دریافت میدارد - بهمانقسم هم اگر شخصی سرمایهٔ نقدی را برای مدت معینی باختیار شخصی یا بنگاهی بگذارد پس ازاین مدت عرف وعادت برای شخص وام دهنده حقی قائل شده که اضافه بپولی که بوام داده است از وام گیرنده دریافت میدارد این عمل را مرابحه و مبلغی که اضافه برسرمایهٔ اصلی دریافت شده سود خوانند.

۲۴۶ چهار چندی مرابحه - در مرابحه چهار چندی دخالت مینمایند: ۱ - سرمایه ۲ - سود ۳ - نرخ ٤ - مدت

۲۴۷ - سرمایه - سرمایه عبارتست از مبلغی که در ابتدای مرابحه از طرف وام دهنده باختیار وام گیرنده گذاشته میشود.

۲۴۸ - سود - مبلغی است که در آخر کار علاوه بر سرمایه از طرف وام گیرنده بوام دهنده داده میشود.

۲۴۹ - نرخ - نرخ قراری است که برای تعیین مقدار سود بین وام دهنده و وام گیرنده گذارده میشود - معمولا نرخ عبارتست ازسود

۱۰۰ ریال در یکسال و گاهی هم سود ۱۰ ریال را در یکماه نرخ مرابحه قرار میدهند.

مثلا - اگر سود ۱۰۰ ریال را در یکسال ٦ ریال تعیین کنند گویند نرخ مرابحه برابر صدی ٦ است و آنرا چنین نمایش میدهند ٦٪ یعنی ٦۰ر۰ ریال سود هر ریال است.

۲۵۰ - مدت ـ زمانی است که سرمایه وام گرفته شده در اختیار وام گیرنده میباشد.

۲۵۱ - چهار مسئله مرابحه - چهار چندی سرمایه و سود و نرخ و مدت در مرابحه با یکدیگر متناسب میباشند و در هر مسئله وقتی یکی از این چهار جمله مجهول باشد میتوان مقدار آنرا بتشکیل یك تناسب مرکب بدست آورد چون ممکن است مقدار هر یك از این چهار چندی مجهول باشد مسئله های مرابحه به چهار نوع تقسیم میشوند که ما آنها را بترتیب حل خواهیم نمود.

۲۵۲ - مسئله ۱ - بدست آوردن سود ـ شخصی ۲۴۰۰۰ ریال سرمایه را با نرخ ۸٪ برای مدت سه سال بوام داده معین کنید پس از این مدت چه مقدار سود عایدش میشود.

حل - نرخ مرابحه صدی هشت است یعنی ۱۰۰ ریال سرمایه در یکسال ۸ ریال سود میدهد ـ حال میخواهیم بدانیم ۲۴۰۰۰ ریال در سه سال چقدر سود میدهد لذا برای این مسئله حل این تناسب مرکب راجع میشود:

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۸	۱	۱۰۰
x	۳	۲۴۰۰۰

این تناسب مرکب را با قاعده تحویل بیك حل میکنیم - گوئیم ۱۰۰ ریال سرمایه‌دریکسال ۸ ریال سود میدهد پس یکریال درهمین مدت $\frac{۸}{۱۰۰}$ ریال و ۲۴۰۰۰ ریال سرمایه در همین مدت $\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸}{۱۰۰}$ ریال سود میدهد - این سود یکسالهٔ سرمایه ماست پس سود ۳ سالهٔ آن میشود

$$\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸ \times ۳}{۱۰۰} = ۵۷۶۰ \text{ ریال}$$

۳۵۳ - دستور - چنانکه دیده میشود برای بدست آوردن سود باید حاصل ضرب سرمایه در نرخ در مدت (بسال) را بر ۱۰۰ تقسیم نموده و یا بادر نظر گرفتن اینکه $\frac{۸}{۱۰۰}$ سود سالیانه یکریال است میتوان دستور را چنین بیان کرد: سود مساویست باحاصل ضرب سرمایه در مدت (بسال) در سود سالیانه یکریال.

$$\text{مدت(بسال)} \times \text{سود سالیانه یکریال} \times \text{سرمایه} = \frac{\text{مدت(بسال)} \times \text{نرخ} \times \text{سرمایه}}{۱۰۰} = \text{سود}$$

تبصره ـ دستوری که در بالا گفته شد کلی است و اگر مدت مرابحه شامل برخه‌ای ازسال باشد بدواً آنرا تجنیس میکنیم‌یعنی درهر صورت مدت را یا بصورت عدد درست و یا بصورت عدد برخه ای بایکهٔ سال نمایش داده در دستور قرار میدهیم.

مثال - اگر در مسئله پیش مدت مرابحه ۳ سال و هفت ماه و ۲۳ روز باشد نخست مدت را چنین مینویسیم:

$$۳ \times ۳۶۰ + ۷ \times ۳۰ + ۲۳ = ۱۰۸۰ + ۲۱۰ + ۲۳ = ۱۳۱۳ \text{ روز}$$

پس مدت ما برابر $\frac{۱۳۱۳}{۳۶۰}$ سال میباشد و چون این برخه را بجای مدت در دستور بالا قرار دهیم سود ما میشود: (تقریبا) $۷۰۰۲ = \frac{۲۴۰۰۰ \times ۸ \times ۱۳۱۳}{۱۰۰ \times ۳۶۰}$ ریال

۳۵۴ مسئله - ۲ - بدست آوردن سرمایه - چه سرمایه بانرخ ۵ر۷٪ درمدت ۴ سال ۱۵۰۰ ریال سود میدهد

تناسب مرکبی بدینطریق تشکیل میدهیم

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۷٫۵	۱	۱۰۰
۱۵۰۰	۴	X

میدانیم ۷٫۵ ریال سود ۱۰۰ ریال است در یکسال پس سود یکریال در همین مدت $\frac{۷٫۵}{۱۰۰}$ ریال خواهد بود .

پس برای بدست آوردن سرمایهٔ که سودش در یکسال ۱۵۰۰ ریال است کافیست ۱۵۰۰ ریال را بر $\frac{۷٫۵}{۱۰۰}$ قسمت کنیم میشود $\frac{۱۰۰ \times ۱۵۰۰}{۷٫۵}$ این مقدار سرمایهٔ است که در یکسال ۱۵۰۰ ریال سود میدهد پس سرمایه که در چهار سال ۱۵۰۰ ریال سود بدهد عبارت خواهد بود از :

$$\frac{۱۰۰ \times ۱۵۰۰}{۷٫۵ \times ۴} = ۵۰۰۰ \text{ ریال}$$

۳۵۵ - دستور ـ چنانکه دیده میشود برای بدست آوردن سرمایه باید سود را در ۱۰۰ ضرب نموده حاصل را بر حاصل ضرب نرخ در مدت (بسال) تقسیم نمود و یا سود کلی را بر حاصل ضرب مدت (بسال) در سود سالیانه یکریال تقسیم کرد

$$\text{سرمایه} = \frac{\text{سود} \times ۱۰۰}{\text{نرخ} \times \text{مدت (بسال)}} = \frac{\text{سود}}{\text{مدت (بسال)} \times \text{سود سالیانه یکریال}}$$

۳۵۶ - مسئله ۳ ـ **بدست آوردن نرخ** ـ ۵۴۰۰ ریال سرمایه از قرار چه نرخی در مدت ۴ سال و نیم ۱۲۱۵ ریال سود میدهد ؟

حل - برای حل این مسئله تناسب مرکبی بدینطریق تشکیل میدهیم :

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۱۲۱۵	۴½	۵۴۰۰
X	۱	۱۰۰

گوئیم ۱۲۱۵ ریال سود ۵۴۰۰ ریال است در چهار سال و نیم پس

سود یکریال در همین مدت میشود $\frac{۱۲۱۵}{۵۴۰۰}$ و سود ۱۰۰ ریال درهمین مدت میشود $\frac{۱۰۰ \times ۱۲۱۵}{۵۴۰۰}$ حال گوئیم این مقدار عبارتست از سود ۱۰۰ ریال در چهار سال و نیم پس سود ۱۰۰ ریال در یکسال که عبارت از نرخ باشد میشود: $\frac{۱۰۰ \times ۱۲۱۵}{۵۴۰۰ \times ۴\frac{۱}{۲}} = ۵$ ریال

پس نرخ مرابحه ۵٪ است

۲۵۷ دستور. برای بدست آوردن نرخ ـ باید ۱۰۰ برابر سود را برحاصل ضرب سرمایه درمدت (بسال) تقسیم کنیم و یا برای بدست آوردن سود یکریال در یکسال سود کلی را بر حاصل ضرب سرمایه درمدت (بسال) تقسیم کنیم $\frac{۱۰۰ \times \text{سود}}{\text{سرمایه} \times \text{مدت (بسال)}} =$ نرخ و

$\frac{\text{سود}}{\text{سرمایه} \times \text{مدت (بسال)}} =$ سود یکریال در سال

۲۵۸ مسئله ٤ ـ بدست آوردن مدت ـ میخواهیم تعیین کنیم ۳۶۰۰ ریال سرمایه با نرخ ۹٪ در چه مدت ۷۰۲ ریال سود میدهد؟

حل - برای حل این مسئله تناسب مرکبی بدین ترتیب تشکیل میدهیم:

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۹	۱	۱۰۰
۷۰۲	x	۳۶۰۰

گوئیم ۱۰۰ ریال در یکسال ۹ ریال سود میدهد برای اینکه یکریال همین مقدارسود بدهد ۱۰۰ سال مدت لازم است و برای اینکه ۳۶۰۰ ریال همین اندازه سود بدهد $\frac{۱۰۰}{۳۶۰۰}$ سال لازم است ـ سرمایه ما درین مدت ۹ ریال سود میدهد و برای آنکه همین سرمایه یك ریال سود بدهد $\frac{۱۰۰}{۳۶۰۰ \times ۹}$ سال لازم است وبرای اینکه همان سرمایه ۷۰۲ ریال سود بدهد $\frac{۱۰۰ \times ۷۰۲}{۳۶۰۰ \times ۹}$ سال لازم است یعنی $\frac{۲۶}{۱۲}$ سال یا دو سال و دو ماه

۲۵۹ دستور ـ برای یافتن مدت (بسال) باید صد برابر سودرا بر حاصل ضرب سرمایه در نرخ تقسیم نمود و یا سود کلی را بر حاصل ضرب سرمایه در سود سالیانه یکریال تقسیم کرد

$$\text{مدت (بسال)} = \frac{\text{سود} \times ۱۰۰}{\text{سرمایه} \times \text{نرخ}} = \frac{\text{سود}}{\text{سرمایه} \times \text{سود سالیانه یکریال}}$$

۲۶۰ تبصره مهم ـ سه دستوری را که در نتیجه حل سه مسئله اخیر بدست آمد میتوان از دستور مسئله نخست استخراج کرد ـ دستور نامبرده چنین بود :

$$\text{سود} = \frac{\text{سرمایه} \times \text{نرخ} \times \text{مدت (بسال)}}{۱۰۰}$$

چون دو طرف این دستور را در ۱۰۰ ضرب و بترتیب بر حاصل ضرب دوسازه از سه سازه برخه شمار (یعنی سرمایه ـ نرخ ـ مدت) تقسیم کنیم مقدار هریک از سه سازه دیگر بترتیب بدست میاید

۲۶۱ سرمایه و سود ـ (اصل و فرع) گاهی درمسئله های مرابحه بجای آنکه سرمایه و یا سود هریک جداگانه معلوم باشند مجموع آنها بنام سود و سرمایه در دست است ـ این نوع مسئله ها را مسائل سرمایه وسود (اصل و فرع) خوانند .

مسئله ـ سرمایه‌ئی را بنرخ ۵ در مدت دوسال و هشت ماه به مرابحه گذارده ایم پس از این مدت مجموع اصل و فرع برابر ۵۱۰۰ ریال شده مطلوبست سرمایه و سود این مرابحه

حل ـ قبلاً تعیین میکنیم یک ریال سرمایه با همین نرخ در همین مدت چقدر سود میدهد [illegible] ۱۰۰

پس یکریال سرمایه [illegible] سود میدهد [illegible] این سود و سرمایه یکریال [illegible] ۱ [illegible] هریک

ریال از سرمایه ماپس از این مدت با این نرخ $\frac{۱۷}{۱۵}$ ریال سود و سرمایه جمعاً خواهدداشت پس برای تعیین سرمایهٔ که سرمایه وسود آن ۵۱۰۰ ریال است کافی است ۵۱۰۰ ریال را بر برخهٔ $\frac{۱۷}{۱۵}$ تقسیم کنیم خواهد شد

$$۵۱۰۰ : \frac{۱۷}{۱۵} = \frac{۱۵ \times ۵۱۰۰}{۱۷} = ۴۵۰۰ \text{ ریال}$$

۳۶۴ دستور - در مسئله های سود و سرمایه برای بدست آوردن سرمایه باید سود و سرمایه مفروض را بر سود و سرمایه یکریال تقسیم نمود :

$$\text{سرمایه} = \frac{\text{سود و سرمایه}}{\text{سود و سرمایه یکریال}} = \frac{\text{سود و سرمایه}}{۱ + (\text{سود سالیانه یک ریال} \times \text{مدت (بسال)})}$$

مسئله ها

مسئله ۱۴۰ - مجموع سرمایه دونفر ۱۰۸۰۰ ریال است اولی سرمایه‌خودرا
با نرخ ۸٪ درمدت ۹ ماه بمرابحه داد ودومی سرمایه خودرا بانرخ ۶٪ درمدت ۵ ماه
بمرابحه گذارد - درصورتیکه میدانیم سود اولی ۳ برابر سود دومی است معلوم کنید
سرمایه وسود هریک را
(سرمایه اولی ۶۰۰۰ریال-سوداولی ۳۶۰ ریال - سرمایه‌دومی ۴۸۰۰ ریال
سود دومی۱۲۰ ریال)

مسئله ۱۴۱ - شخصی ۷۵۰۰۰ریال را بانرخ مجهولی دریکجا و ۴۵۰۰۰
ریال را با نرخ مجهول دیگر در بنگاه دیگری بمرابحه داد میدانیم سود سالیانه او
جمعاً ۵۴۷۵ ریال و مجموع دونرخ دومرابحه ۹،۵٪ است تعیین‌کنید نرخ های دو
مرابحه را (اولی ٤٪ دومی ٥،٥٪)

مسئله ۱۴۲ - مبلغ ۳۸۰۰ریال را دریکجا بمرابحه داده‌ایم ودرجای دیگر
مبلغ ۲۷۰۰ را بانرخی که ازنرخ اولی ۱،۵٪ کمتر بود بمرابحه داده‌ایم - درصورتیکه
میدانیم سود سالیانه اولی ۱۰۶،۵ ریال بیش ازدومی بوده است معین کنید دونرخ را
(اولی ۶٪ دومی ٤،٥٪)

مسئله ۱۴۳ - شخصی ۲/۳ سرمایه خودرا با نرخ ۶٪ درمدت ۳ سال دریک بنگاه
وبقیه را با نرخ ۷٪ در مدت دو سال در جای دیگر بمرابحه داد معین کنید
سرمایه اصلی را درصورتیکه پس از این مدت سود اولی ۵٤۰ ریال بیش از سود
دومی بوده است (۲۷۰۰۰ ... ۱۸۰۰۰ ... ٤۵۰۰۰)

مسئله ۱۴۴ - سرمایه‌ئیرا با نرخ ۹٪ درمدت ۲۵۲ روز بمرابحه گذارده‌ایم
اگر سال را ۳۶۰ روز یا ۳۶۵ روز حساب کنیم در سود تفاوتی حاصل میشود
مطلوب است تعیین سرمایه درصورتیکه این تفاوت [illegible] ۵۶
ریال است (سرمایه ۶۵۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۴۵ - شخصی سرمایه‌ئیرا با نرخ مجهولی درمدت [illegible] بمرابحه
داد و ۳۵۲۰ ریال سود [illegible] شخص دیگر سرمایه [illegible] با نرخی
[illegible] بمرابحه گذاشت و ۳۵۷۰ ریال سود
[illegible]
([illegible])

مسئله ۱۴۶ - سرمایهٔ با نرخ ٪۵ بمرابحه داده شده پس از مدتی سود و سرمایه آن جمعاً ۹۲۰۰ ریال شده درصورتیکه همان سرمایه را با نرخ ٪۸ درهمان مدت بمرابحه بگذاریم سود وسرمایه آن ۹۹۲۰ریال میگردد مطلوبست سرمایه ومدت مرابحه (سرمایه ۸۰۰۰ ریال - مدت ۳ سال)

مسئله ۱۴۷ - شخصی سرمایهٔ را بانرخ ٪۵ بمرابحه داد پس ازمدتی ۱۵۰۰ ریال بابت سودآن دریافت‌کرد شخصی دیگر سرمایهٔ را که ۲۰۰۰ریال بیش ازاولی بود درهمان مدت بانرخ ٪۶٫۵ بمرابحه گذاشت درصورتیکه سود دویمی ۲۲۷۵ ریال باشد تعیین کنید دوسرمایه ومدت مشترك را

(سرمایه اولی ۱۲۰۰۰ریال - سرمایه دویمی ۱۴۰۰۰ ریال - مدت دو سال‌ونیم)

مسئله ۱۴۸ - شخصی ۶۱۰۰۰ ریال ازسرمایه خود را بنام سه پسرش که به ترتیب ۱۹و۱۷ و۱۲ سال داشتند بانرخ ٪۱۰ در بنگاهی بمرابحه گذاشت بطوریکه اندوخته هریك بابت سود وسرمایه پس از انجام خدمت نظام وظیفه (سن۲۳ سالگی) برابر گردد مطلوبست سهم هریك واندوخته هرکدام درسن ۲۳ سالگی

(سهم اولی ۲۴۰۰۰ ریال - دویمی ۲۱۰۰۰ ریال و سومی ۱۶۰۰۰ ریال اندوخته هریك در۲۳ سالگی ۳۳۶۰۰ ریال)

مسئله ۱۴۹ - سرمایه شخصی ۱۹۵۰۰ ریال‌است قسمتی از این‌سرمایه با نرخ ٪۶ درمدت ۸ماه وبقیه بانرخ ٪۵ درمدت شش ماه بمرابحه داده شده درصورتیکه دوسود مساوی باشند مطلوبست دوقسمت سرمایه (۷۵۰۰ ریال و ۱۲۰۰۰)

مسئله ۱۵۰ - شخصی ۵٤۰۰۰ ریال سرمایه خودرا بدوقسمت نموده قسمت اول را از قرار ٪۵ و وقسمت دوم را بانرخ ٪۷٫۵ بمرابحه داد پس از ٦ ماه که سود های آنها را دریافت کرد پیش خود حساب نمود که اگر قسمت اول را با نرخ ٪۷٫۵ وقسمت دویم را با نرخ ٪۵ بمرابحه گذارده بود درهمین مدت۷۵ ریال بیشتر سود میبرد - مطلوبست دوقسمت سرمایه (اولی ۳۰۰۰۰ریال دویمی ۲٤۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۱ - شخصی قسمتی ازسرمایه خودرا بانرخ ٪۵ وقسمت دیگر را با نرخ ٪٦ بمرابحه داد پس از ۳ ماه جمعاً ۵۸۲٫۵ ریال سود دریافت کرد اگر قسمت اول را با نرخ ٪٦ ودویمی را با نرخ ٪۵ در مدت ۵ ماه بمرابحه داده بود جمعاً ۱۰۰۰ ریال سود عایدش میشد مطلوبست سرمایه اصلی او

(اولی ۲۵۰۰۰ ریال دومی ۱۸۰۰۰ ریال و مجموع ٤۳۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۳ ـ شخصی قسمتی ازسرمایه خودرا بانرخ ۶٪ وقسمت دیگر را بانرخ ۵٪ بمرابحه داد پس از ۸ ماه بابت سود و سرمایه هردو قسمت جمعاً ۱۵۸۵۸ ریال دریافت کرد ـ مطلوبست دوقسمت سرمایه هرگاه نسبت سرمایه اولی بدومی مانند ۸ باشد به ۹ (سرمایه اولی ۷۲۰۰ ریال دومی ۸۱۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۳ ـ شخصی $\frac{4}{7}$ سرمایه خود را با نرخ مجهولی بمرابحه داد و بقیه را نیز با نرخ دیگری بمرابحه گذاشت درصورتیکه سودهای سالیانه هر دو برابر ۱۶۲ ریال بوده است ـ اگر ۳۰۰ ریال بهریک ازسرمایه ها افزوده شود مجموع سود های سالیانه ۳۵۵,۵ ریال میگردد مطلوبست سرمایه ها و نرخ ها

(۳۶۰۰ ریال بانرخ ۴,۵٪ و ۲۷۰۰ ریال بانرخ ۶٪)

مسئله ۱۵۴ ـ شخصی ۶۰۰۰ ریال سرمایهٔ خود را بانرخ ۵٪ بمرابحه داد پس از سه ماه شخص دیگر ۴۵۰۰ ریال را بانرخ ۸٪ بمرابحه داد معین کنید اولاً پس از چه مدت سودهای این دو مرابحه برابر میگردد ـ ثانیاً پس ازچه مدت سود وسرمایه این دومرابحه برابر میشود (اولاً پس از ۱۵ ماه ثانیاً پس از ۲۶ سال و ۳ ماه)

مسئله ۱۵۵ ـ دو سرمایه که نسبت بهم مانند ۳ و ۷ بوده به مرابحه گذاشته شده اند سرمایه کمتر بانرخ ۶٪ در مدت سه سال و چهار ماه و سرمایه دیگر بانرخ ۵٪ در چهار سال و دو ماه در صورتیکه سود دومی ۷۷۲۵ ریال بیش از اولی باشد مطلوبست دو سرمایه .

(اولی ۲۷۰۰۰ ریال — دومی ۶۳۰۰۰ ریال)

بخش یازدهم

تنزیل

۱ - تنزیل بیرونی

۲۶۳ - تعریف ــ داد و ستد های تجارتی اغلب با پول نقدانجام نمیگیرد بلکه خریدار سند و عده داری بنام برات یا حواله بفروشنده میدهد یعنی تعهد میکند که بهای کالا را پس از مدت معینی بپردازد و واضح است که این بها با بهای نقدی کالا باید اختلاف داشته باشد یعنی اگر نقداً میخرید بهای آن کمتر میشد

اگر فروشنده پیش از موعد معین بوجه این برات احتیاج پیدا کرد میتواند آنرا ببنگاهی بفروشد ــ از این رو یك نوع داد وستد بنام داد و ستد اسناد یا براتها در بازرگانی ایجاد میگردد

مبلغی را که درسند یابرات نوشته شده ودهنده برات تعهد پرداخت آن را پس از مدت معینی نموده است مبلغ اسمی برات و آنچه را که بابت این سند پیش از انقضای مدت در هر موقع میتوان دریافت داشت مبلغ فعلی آن برات در آن موقع خوانند ـ اختلاف مبلغ اسمی و مبلغ فعلی را که عاید خریدار برات میشود و عبارتست از سود مبلغ اسمی برات در مدتی که تا انقضای وعده‌مانده تنزیل برات خوانند و این عمل بازرگانی را نیز تنزیل گویند پس

تنزیل = مبلغ فعلی — مبلغ اسمی

این مبلغ عبارتست از تنزیل و چون آنرا ازمبلغ اسمی یعنی ۱۸۰۰۰ ریال کم کنیم مبلغ فعلی یعنی :

ریال ۱۸۰۰۰ − ۱۰۸ = ۱۷۸۹۲ بدست میآید

۳۶۵ مسئله ۲ـ تعیین مبلغ اسمی برات ـ مطلوبست مبلغ اسمی براتی که موعد پرداخت آن ۷ شهریور است و چون آنرا در ۲۷ تیر ماه با نرخ ۵ر۷٪ تنزیل کنیم ۳۵۶۸۵ ریال بابت مبلغ فعلی بما داده شود .

حل - میدانیم مبلغ فعلی برات برابر است با مبلغ اسمی منهای تنزیل که عبارتست از سود مبلغ اسمی ـ پس مسئله بدین صورت درآمده که در مرابحه ای سرمایه و سود مجهول ولی مدت نرخ و فضل سرمایه و سود معلوم است ـ

از ۲۷ تیر تا ۷ شهریور ۴۲ روز است - یکریال از مبلغ اسمی را اختیار میکنیم - سود این یکریال پس از ۴۲ روز بانرخ ۷٫۵٪ میشود $\frac{۱\times۷٫۵\times۴۲}{۱۰۰\times۳۶۰}=\frac{۷}{۸۰۰}$ ریال پس فضل سرمایه بر سود برای هریك ریال از سرمایه برابر $۱-\frac{۷}{۸۰۰}=\frac{۷۹۳}{۸۰۰}$ ریال میشود - و واضح است که چون ۳۵۶۸۵ را بر این برخه تقسیم کنیم مبلغ اسمی برات بدست میآید وآن عبارتست از

$$۳۵۶۸۵:\frac{۷۹۳}{۸۰۰}=۳۶۰۰۰$$ ریال

تبصرة - از این دو مثال معلوم میگردد که حل مسئله های تنزیل عیناً بحل مسئله های مرابحه راجع میگردد .

۲ - تنزیل درونی

۳۶۶ - تعریف - چنانکه دیدیم درتنزیل بیرونی سود مبلغ اسمی را

بنام تنزیل ازمبلغ اسمی کم نموده بقیه را که مبلغ فعلی برات بود بصاحب برات میدادند ــ ولی ممکن است سود مبلغ فعلی برات را بنام تنزیل ازمبلغ اسمی آن کم نمود در این صورت مبلغ اسمی برابر است با مبلغ فعلی (سرمایه) باضافهٔ سود مبلغ فعلی (تنزیل درونی) ــ بنا بر این مسئله های تنزیل درونی راجع میشود بمسائل سود وسرمایه

مسئله ــ مطلوبست مبلغ فعلی براتی که مبلغ اسمی آن ۷۵۰۰۰۰ ریال و ٦٦ روز پیش از موعد پرداخت آن بخواهیم آنرا با نرخ ۸٪ تنزیل درونی کنیم ــ

حل ـ میدانیم ۷۵۰۰۰۰ ریال عبارتست ازسرمایه بعلاوه سود که سرمایه آن مبلغ فعلی و سود آن تنزیل میباشد ــ چون ازدستور تعیین سرمایه وقتی مجموع سود وسرمایه معلوم باشد استفاده کنیم یعنی :

مبلغ فعلی = مبلغ اسمی / (۱ + ٪ سود سالیانه × مدت تنزیل) ــ معلوم میشود که مبلغ فعلی عبارتست از ۷۳۹۱۵۹ = ۷۵۰۰۰۰ / (۱ + ۸/۱۰۰ × ٦٦/۳٦۰) ریال

تبصره ـ اگر تنزیل بیرونی همین برات را حساب کنیم چنین می شود

تنزیل بیرونی = (مبلغ اسمی × نرخ × مدت) / (۱۰۰ × ۳٦۰) = (۷۵۰۰۰۰ × ٦٦ × ۸) / (۳٦۰ × ۱۰۰) = ۱۱۰۰۰

پس مبلغ فعلی با تنزیل بیرونی میشود

۷۳۹۰۰۰ = ۱۱۰۰۰ ــ ۷۵۰۰۰۰ یعنی تفاوت بین دو مبلغ فعلی

در تنزیل بیرونی و درونی ۱۵۹ = ۷۳۹۰۰۰ ــ ۷۳۹۱۵۹ است

از اینجا معلوم میگردد که تنزیل بیرونی بنفع بانکهائی است که برات را میخرند و تنزیل درونی بنفع فروشنده برات است ولی در بازرگانی هیچگاه تنزیل درونی را بکار نمیبرند

۳ - تبدیل چندین برات بیک برات

۳۶۷ - مسئله ۱ - شخصی ۳ برات دارد اولی بمبلغ ۱۲۰۰۰ ریال که ۲۵ روز بموعد پرداخت آن مانده - دومی ۱۸۰۰۰ ریال که ۴۰ روز بموعد پرداخت آن مانده سومی ۳۰۰۰۰ ریال که ۱۸ روز بموعد پرداخت آن مانده - این شخص میخواهد برات خود را بیك برات تبدیل کند بطوریکه مبلغ اسمی آن برابر مجموع مبلغهای اسمی سه برات و مبلغ فعلی آن نیز برابر مجموع مبلغهای فعلی آن سه برات باشد - مطلوبست موعد پرداخت این برات در صورتیکه نرخ تنزیل ۶٪ است

حل - واضح است تنزیل این یك برات برابر مجموع تنزیلهای سه برات اولی خواهد بود - پس تنزیل هر یك از این سه برات را حساب میکنیم بترتیب میشود :

$$\frac{۱۲۰۰۰\times۶\times۲۵}{۳۶۰\times۱۰۰}=۵۰ \text{ ریال} \qquad \frac{۱۸۰۰۰\times۶\times۴۰}{۳۶۰\times۱۰۰}=۱۲۰ \text{ ریال} \qquad \frac{۳۰۰۰۰\times۶\times۱۸}{۳۶۰\times۱۰۰}=۹۰ \text{ ریال}$$

پس تنزیل یك برات می شود $۲۶۰=۹۰+۱۲۰+۵۰$ ریال و چون مبلغ اسمی آن برابر است با $۶۰۰۰۰=۳۰۰۰۰+۱۸۰۰۰+۱۲۰۰۰$ و نرخ آن ۶٪ است موعد پرداخت آن بروز عبارت است از:

$$\frac{۱۰۰\times۲۶۰\times۳۶۰}{۶۰۰۰۰\times۶}=۲۶ \text{ روز}$$

پس آن یک برات بمبلغ ۶۰۰۰۰ ریال و ۲۶ روز دیگر قابل پرداخت است - مدت ۲۶ روز را موعد میانگین این سه برات خوانند

تبصره مهم - میتوان بآسانی دید که میانگین تابع نرخ تنزیل نیست یعنی اگر نرخ تنزیل تغیر نماید موعد میانگین تغییر نمیکند

۳۶۸ـمسئله ۳ ــ سه برات داریم اولی بمبلغ ۷۶۰۰۰ ریـال بموعد ۲۵ روز دومی بمبلغ ۳۰۰۰۰ ریال بموعد ۳۰ روز و سومی بمبلغ ۲۴۰۰۰ ریال بموعد ٤۵ روز میخواهیم این سه برات را بیك برات تبدیل کنیم که ۳٦ روز دیگر قابل پرداخت باشد ــ مطلوبست مبلغ اسمی این برات در صورتیکه نرخ تنزیل ۹٪ است

حل ــ واضح است که مبلغ فعلی این یك برات باید برابر حاصل جمع مبلغهای فعلی آن سه برات باشد پس مبلغهای فعلی هریك از آن سه برات راتعیین میکنیم :

$$۷۶۰۰۰ - \frac{۷۶۰۰۰ \times ۹ \times ۲۵}{۳۶۰ \times ۱۰۰} = ۷۵۵۲۵ \text{ ریال} \quad \text{و} \quad ۳۰۰۰۰ - \frac{۳۰۰۰۰ \times ۹ \times ۳۰}{۳۶۰ \times ۱۰۰} = ۲۹۷۷۵ \text{ ریال}$$

$$۲۴۰۰۰ - \frac{۲۴۰۰۰ \times ۹ \times ٤۵}{۳۶۰ \times ۱۰۰} = ۲۳۷۳۰ \text{ ریال}$$

پس مبلغ فعلی برات ما میشود $۷۵۵۲۵ + ۲۹۷۷۵ + ۲۳۷۳۰ = ۱۲۹۰۳۰$ ریال

حال باید مبلغ اسمی براتی را تعیین کرد که اگر آن را با نرخ ۹٪ در ۳٦ روز پیش از موعد تنزیل کنیم مبلغ فعلی آن ۱۲۹۰۳۰ ریال گردد ــ برای اینکار چنانکه ضمن تعیین مبلغ اسمی دیدیم باید اول مبلغ فعلی براتی را که مبلغ اسمی آن یکریال است بدست آورد میشود :

$$۱ - \frac{۹ \times ۳۶}{۳۶۰ \times ۱۰۰} = ۱ - ۰٫۰۰۹ = ۰٫۹۹۱ \text{ ریال}$$

پس مبلغ اسمی براتی که مبلغ فعلی آن ۱۲۹۰۳۰ ریال است برابر

$$\frac{۱۲۹۰۳۰}{۰٫۹۹۱} = ۱۳۰۲۲۰٫۰۸ \text{ ریال (تقریباً)}$$

خواهد بود ــ پس مبلغ اسمی آن یك برات ۱۳۰۲۲۰٫۰۸ ریـال و ۳٦ روز دیگر قابل پرداخت خواهد بود

مسئله ها

مسئله ۱۵۶ - شخصی ۲۵۰۰۰ریال وام داردکه باید آنرا دراول تیرماه بپردازد - روز ۱۵ اردی بهشت براتی بمبلغ ۱۸۰۰۰ ریال که در ۱۷ مرداد قابل پرداخت است به بستانکار خود داد - تعیین کنید چه مبلغ باید نقداً بپردازد تاحسابش تصفیه گردد در صورتیکه نرخ تنزیل ۹٪ است (۷۱۳۲ ریال)

مسئله ۱۵۷ - شخصی مقداری آهن‌را که ۸۶۵٤ریال خریده بود فروخت و براتی بمبلغ ۹٦۰۰ ریال بوعدهٔ ۳۳ روزگرفت - اگر این برات را فوراً بانرخ ۸٪ تنزیل نماید چقدر سود خواهد برد (۸۷٥ر٦۰ریال)

مسئله ۱۵۸ - بازرگانی چند صندوق چینی خرید وبهای آن‌رابوسیله براتی بمبلغ ۲٤۰۰۰ ریال و بموعد ۳۸ روز پرداخت - پس ۱۳ روز چینی ها را فروخت و بابت قیمت آن سندی بمبلغ ۲٦۰۰۰ ریال بموعـد ۹٦ روز دریافت کرد مطلوبست سود بازرگان در صورتیکه نرخ تنزیل ٦٪ بوده است (۱٦۸٤ ریال)

مسئله ۱۵۹ - شخصی‌دوبرات یکی‌بمبلغ ۷۵۰۰۰ریال بموعد ٤۸ روزدیگری بمبلغ ۳٦۰۰۰ ریال بموعد٦۰ روز را در بانکی تنزیل‌نمود و ۱۱۰۰٤۰ ریال دریافت نمود - معین کنید نرخ تنزیل را (٦٪)

مسئله ۱٦۰ - شخصی براتی‌داشت بمبلغ ۲٤۰۰۰ریال بموعد ۳۰ روزشخص دیگری براتی داشت بمبلغ ٥٤۰۰۰ ریال بموعد ٤۰ روز - پس از تنزیل وگرفتن پول دومی ۲۹٦٦۰ ریال بیش از اولی دریافت داشت - تعیین کنید نرخ تنزیل را (٨٫٥٪)

مسئله ۱٦۱ - شخصی مبلغی وامدارد ومیتواندآن‌را بدوطریق اداکند یکی با یك برات بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بموعد ۹ ماه و دیگری با براتی بهمان مبلغ یعنی ۷۵۰۰۰ ریال بموعد ٤ ماه ولی بانرخی که٥٪ بیش ازنرخ اولی‌است - تعیین کنید وام آن شخص و دو نرخ را (وام ۷۲۷۵۰ - نرخ اولی ٤٪ دومی ۹٪)

مسئله ۱٦۲ - مجموع مبلغهای اسمی دوبرات ۲۳۸۲۰۸ ریال است برات دومی‌بانرخ ۸٪ وبموعد ٤۲ روزمیباشد - معلوم‌کنید مبلغ اسمی هریك ازدوبرات را در صورتیکه میدانیم مبلغ فعلی برات دوم برابر یك چهارم مبلغ اسمی برات اولی‌است (اولی ۱۹۰۲۰۸ ریال دومی ٤۸۰۰۰ ریال)

مسئله ۱٦۳ - شخصی‌دوبرات‌دارد اولی بموعد٤٥ روز ودومی‌بموعد٤۲ روز

و مبلغ اسمی برات دوم $\frac{۸}{۱۳}$ مبلغ اسمی برات اولی است میخواهیم مبلغ اسمی هر یک از دوبرات را تعیین کنیم در صورتیکه میدانیم اگر این دوبرات را بمأخذ ۸٪ تنزیل کنیم مجموع دو تنزیل برابر ۱۳۸۴ ریال میشود (اولی ۸۷۰۰۰ ریال دومی ۴۸۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۴ - مطلوبست مبلغ اسمی براتی که ۵۴ روز بوعدهٔ پرداخت آن مانده و چون آنرا با نرخ ۶٪ تنزیل کنیم اختلاف تنزیل درونی و بیرونی آن ۵٫۴ ریال شود (۸۰۶۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۵ - شخصی دوبرات دارد اولی بمبلغ ۴۲۰۰ ریال بموعد ۵ ماه ودومی بمبلغ ۵۴۰۰ ریال بموعد ۸ ماه میخواهد این دو برات را بیک برات بمبلغ اسمی ۹۷۵۷٫۴۵ ریال (با کمتر از یک دینار تقریب) تبدیل کند تعیین کنید موعد این دو برات را در صورتیکه نرخ تنزیل ۸٪ است (۹ ماه)

مسئله ۱۶۶ - شخصی میخواهد دوبراترا یکی بمبلغ ۷۰۰۰ ریال بموعد ۲ ماه و دیگری ۹۰۰۰ ریال بموعد ۴ ماه تبدیل کند بیک برات بمبلغ ۱۶۱۵۳٫۸۵ (با کمتر از یک دینار تقریب) بموعد ۵ ماه تعیین کنید نرخ تنزیل را (٪۶)

مسئله ۱۶۷ - شخصی سه برات دارد اولی بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بموعد ۷۲ روز دومی بمبلغ ۴۸۰۰۰ ریال بموعد ۴۵ روز وسومی بمبلغ ۳۶۰۰۰ ریال بموعد ۸۱ روز و میخواهد آنها را تبدیل بیک برات کند بموعد ۱۰۸ روز تعیین کنید مبلغ اسمی این برات اخیر را در صورتیکه نرخ تنزیل ۸٪ است (۱۶۰۴۲۶٫۳۳ ریال)

مسئله ۱۶۸ - شخصی میخواهد ۲۱۳۹۶۶ ریال وام خودرا بسه براتکه مبلغ اسمی آنها برابر است بپردازد اولی بموعد ۲۸ روز دومی بموعد ۴۵ روز سومی بموعد ۴۰ روز تعیین کنید مبلغ اسمی مشترک سه برات را در صورتیکه بدانیم نرخ تنزیل از قرار ۹٪ بوده است (۷۲۰۰۰ ریال)

بخش دوازدهم

تسهیم بنسبت و مشارکت

۱ - تسهیم بنسبت

۳۶۹ - تعریف - تسهیم بنسبت عبارتست از تقسیم کردن مقداری از یك چندی معین بین چند نفر بطوریکه اولا مجموع سهمها برابر آن مقدار مفروض و ثانیاً سهمهای هر یك متناسب با اعداد معلومی باشند

مثال ۱ - فرض کنیم ۲٤ ریال‌رابین دونفر قسمت نموده بـاولی ۱۰ ریال و بدومی ۱٤ ریال داده ایم - گوئیم این مبلغ بین این دونفر بنسبت ٥ و ۷ تقسیم شده زیرا $\frac{۵}{۷}=\frac{۱۰}{۱٤}=\frac{\text{سهم اولی}}{\text{سهم دومی}}$

مثال ۲ - در کوچه ای چهار خانه بردیف یکدیگر قرار گرفته اند وصاحبان این خانه ها بشرکت یکدیگر جوی آب وسطح کوچه راساختند هزینهٔ این کار جمعاً ٤٦۸۰ ریال شد - میدانیم درازای دیوارهای این خانه هابترتیب برابر است با: ۲٤ متر و۱۷ متر و ۳٥متر و ۱٤ متر - میخواهیم‌بدانیم هر یك چه مبلغ باید بدهند - قبلا تعیین میکنیم دارندهٔ هر یك متر دیوار چقدر باید بپردازد جمع درازای دیوارها برابر $۲٤+۱۷+۳۵+۱٤=۹۰$ متر میباشد وچون هزینهٔ کلی ساختمان ٤٦۸۰ ریال شده هزینهٔ ساختمان یك متر $۵۲=\frac{٤٦۸۰}{۹۰}$ ریال است پس مبلغی که صاحبان این خانه ها باید بپردازند عبارتست‌از: اولی $۲٤\times۵۲=۱۲٤۸$ ریال دومی $۱۷\times۵۲=۸۸٤$ ریال

سومی ۳۵×۵۲=۱۸۲۰ ریال چهارمی ۱٤×۵۲=۷۲۸ ریال

و واضح است که حاصل جمع سهمها برابر هزینه کلی است:

۱۲٤۸+۸۸٤+۱۸۲۰+۷۲۸=٤٦۸۰

۲۷۰ - قاعده - برای تقسیم مقداری از چندی معین به نسبت چند عدد مقدار مفروض را بمجموع این عددها قسمت نموده خارج قسمت را در هر یك از آن عددها ضرب میکنیم

مثال - میخواهیم مبلغ ۲۱۳۸۵ ریال را به نسبت عدد های $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۵}{٤}$ و $۱\frac{۷}{۸}$ قسمت کنیم - قبلاً این برخه ها را بیك برخه دومشترك تحویل میکنیم و چنین میشود.

$$\frac{۲}{۳}=\frac{۱٦}{۲٤} \qquad \frac{۵}{٤}=\frac{۳۰}{۲٤} \qquad ۱\frac{۷}{۸}=\frac{٤۵}{۲٤}$$

حال مبلغ مفروض را باید بنسبت برخه های $\frac{۱٦}{۲٤}$ و $\frac{۳۰}{۲٤}$ و $\frac{٤۵}{۲٤}$ تقسیم نمود - چون با ضرب هریك از این برخه ها در ۲٤ در نسبت بین آنها تفاوتی حاصل نمیشود میتوان ۲۱۳۸۵ را بنسبت برخه شمارها قسمت کرد - برای این کار این مبلغ را بر ۹۱=٤۵+۳۰+۱٦ قسمت میکنیم میشود $۲۳۵=\frac{۲۱۳۸۵}{۹۱}$ و با ضرب ۲۳۵ در هریك از عددهای ۱٦ و ۳۰ و ٤۵ سهم هریك بترتیب بدست میآید - این سهمها عبارتند از

۳۷٦۰=۲۳۵×۱٦ (اولی) ۷۰۵۰=۲۳۵×۳۰ (دومی)

۱۰۵۷۵=۲۳۵×٤۵ (سومی)

و واضح است که حاصل جمع سهمها برابر مبلغ اصلی است

۳۷٦۰+۷۰۵۰+۱۰۵۷۵=۲۱۳۸۵

تبصره - اگر همه عددهائی را که نسبت سهمها را مشخص میسازند در یك عدد ضرب و یا بر یك عدد تقسیم کنیم واضح است که در نسبت بین آنها و بالنتیجه در سهمها تغییری حاصل نمیشود - بنا بر این اگر این

عددها برخه ای باشند آنها را بیك برخه نام مشترك تحویل نموده عمل تسهیم رابنسبت برخه شمارها انجام میدهیم یعنی این عددها را دربرخه نام مشترکشان ضرب میکنیم - بهمین ترتیب میتوان عددهای نامبرده را برعدد معینی تقسیم نمود وبرای سهولت عمل بهتراست همیشه این عددها را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان قسمت کرد .

مثال ۱ - میخواهیم ۸٤۰ ریال را بنسبت عکس عددهای ۳ و ۵ و ٦ قسمت کنیم - عکسهای عددهای ۳ و ۵ و ٦ عبارتند ازبرخه های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ چون مانند مثال بالا عمل کنیم میبینیم که مبلغ مفروض را باید بنسبت عددهای ۱۰ و ٦ و ۵ قسمت کرد وسهمها بترتیب عبارت خواهند بود از ٤۰۰ ریال و ۲٤۰ ریال و ۲۰۰ ریال

مثال ۲ - میخواهیم عدد ٦۵۱ را بنسبت عددهای ۲ و ۵ بطوری قسمت کنیم که ضمناً سهمها بنسبت عکس دو عدد ۳ و ۸ نیز باشند برای اینکار باید عدد مفروض را بنسبت دو برخهٔ $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{8}$ یا دو برخهٔ $\frac{16}{24}$ و $\frac{15}{24}$ یا بالاخره بنسبت دو عدد ۱٦ و ۱۵ قسمت کرد سهمهابترتیب عبارتند از ۳۳٦ و ۳۱۵

۲ ـ مشارکت

۲۷۱ - **تعریف** - مقصود از حل مسئله های مشارکت عبارتست ازتعیین سود یا زیان چند نفرکه با سرمایه های معین درمدتهای مشخص ببازرگانی پرداخته اند .

۲۷۲ - **مسئله ۱** - سه نفربرای ساختن یك خانه شریك شدند اولی ۱۲۰۰۰ ریال و دومی ۱۸۰۰۰ ریال و سومی ۳۰۰۰۰ ریال

سرمایه بکار بردند - پس از ساختن خانه را به ۷۶۴۸۰ ریال فروختند مطلوبست سود هر یك از این سه نفر

حل - اولا واضح است که سود کلی برابر

$$76480 - (12000 + 18000 + 3000) = 76480 - 60000 = 16480 \text{ ریال}$$

میشود و باید این مبلغ را بنسبت سه سرمایه یعنی بنسبت سه عدد ۱۲۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ و ۳۰۰۰۰ و یا بنسبت عدد های ۲ و ۳ و ۵ که از تقسیم هر یك از سرمایه بر بزرگترین مقسوم علیه مشترك یعنی ۶۰۰۰ حاصل شده قسمت کنیم - چون بموجب قاعده بالا عمل کنیم میبینیم سود ها بترتیب عبارت خواهند بود از

$\frac{16480}{10} \times 3 = 4944$ (دومی) $\frac{16480}{10} \times 2 = 3296$ (اولی)

$\frac{16480}{10} \times 5 = 8240$ ریال (سومی)

۲۷۳ - مسئله ۳ - شخصی با ۵۰۰۰ ریال سرمایه ببازرگانی پرداخت پس از ۳ ماه یك نفر دیگر با سرمایهٔ ۵۰۰۰ ریال با او شریك شد و پس از ۵ ماه دیگر شخص سومی با همین سرمایه یعنی ۵۰۰۰ ریال با آنها شریك شد - در آخر سال سود ویژهٔ آنها ۴۷۵۰ ریال بود تعیین کنید سود هر یك از این سه نفر را

حل - چون سرمایه های این سه نفر برابر است پس سودهای آنها متناسب با مدتی است که سرمایهٔ هر یك بکار رفته - سرمایهٔ اولی ۱۲ ماه و سرمایهٔ دومی $12 - 3 = 9$ و سرمایهٔ سومی $9 - 5 = 4$ در کار بوده - پس باید مبلغ ۴۷۵۹ ریال را بنسبت سه عدد ۱۲ و ۹ و ۴ قسمت کنیم - سهمها بترتیب عبارت خواهد بود از ۲۲۸۰ و ۱۷۱۰ و ۷۶۰ ریال

۲۷۴ - مسئله ۳ - شخصی با سرمایه ۲۰۰۰۰ ریال بنگاه بازرگانی بر پا کرد - پس از ۳ ماه یکنفر دیگر با سرمایهٔ ۱۵۰۰۰ ریال با او شریك شد و پس از ۲ ماه دیگر شخص سومی با سرمایهٔ ۱۸۰۰۰ ریال با آنها شرکت کرد و پس ازسه ماه دیگر شرکت برچیده شد - تعیین کنید سود هر یك را در صورتیکه سود ویژهٔ آنها برابر ۱۵۰۲۸ ریال است

حل - چون سود ها هم با سرمایه ها یعنی باعدد های ۲۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ و هم با مدتها یعنی با عدد های ۸ و ۵ و ۳ متناسبند پس با حاصل ضرب هر سرمایه در مدتی که آن سرمایه بکار رفته متناسب میباشند - یعنی باید سود ویژه را بنسبت حاصل ضربهای :

۲۰۰۰۰×۸=۱۶۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰×۵=۷۵۰۰۰ و ۱۸۰۰۰×۳=۵٤۰۰۰

و یا بنسبت عدد های ۱۶۰ و ۷۵ و ٥٤ قسمت کرد - سهمها بترتیب عبارت خواهندبوداز: ۲۸۰۸(سومی) ۳۹۰۰(دومی) ۸۳۲۰(اولی)

۲۷۵ - قاعده کلی - برای تقسیم سود و زیان شرکت بین شرکا باید این سود و زیان را بنسبت سرمایه ها (اگر مدتها برابر باشند) یا بنسبت مدتها (اگر سرمایه ها برابر باشند) و یا بالاخره بنسبت حاصل ضربهای هریك ازسرمایه‌ها درمدتش (اگرهردو مختلف باشند) تقسیم نمود .

مسئله ها

مسئله ۱۶۹ – بازرگانی که به سه نفر بترتیب مبلغ ۲۴۰۰۰ ریال و ۲۰۰۰۰ ریال و ۵۶۰۰۰ ریال وام دارد ورشکست شده و ۸۹۷۲۵ ریال پول دارد . معین کنید بهریك از بستانکاران چقدر میرسد

(اولی ۲۱۵۳۴ ریال – دومی ۱۷۹۴۵ ریال – سومی ۵۰۲۴۶ ریال)

مسئله ۱۷۰ – دونفر دهقان باهم ۱۱۵ مترمکعب کود برای مزرعه‌های خود خریدند و هریك مقداری از آن را برداشته و بمزرعه خود بردند . مزرعه اولی در ۵ کیلو متری ومزرعه دومی در ۶ کیلو متری واقع است و قیمت یك متر مکعب کود ۳ ریال میباشد و هزینه باربری هرتن دریك کیلو متر ۰٫۵ ریال است . تعیین کنید مقدار کود هریك را درصورتیکه میدانیم پولهائی که این دونفر برای خرید کود وباربری آن داده اند برابر میباشد (اولی ۶۱ تن دومی ۵۵ تن)

مسئله ۱۷۱ – مبلغ ۱۶۱۰۰۰ ریال را بین سه نفر بطریقی تقسیم کنید که نسبت سهم اولی بدومی برابر $\frac{3}{2}$ و نسبت سهم دومی بسومی برابر $\frac{3}{4}$ باشد (اولی ۶۳۰۰۰ ریال . دومی ۴۲۰۰۰ ریال – سومی ۵۶۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۲ – میدانیم بهای الماس باتوان دوم حجم آن متناسب است . قطعه الماسی داریم که ارزش آن ۱۸۱۳۰ ریال میباشد . این الماس بدو قطعه شده و نسبت حجم یکی از آن دو قطعه بدیگری مانند ۳ میباشد به ۴ . معین کنید ارزش هریك از دو قطعه را (کوچکتر ۳۳۳۰ ریال – بزرگتر ۵۹۲۰ ریال)

مسئله ۱۷۳ – مبلغ ۱۵۷۰۰۰ ریال را بین سه نفر بطریقی قسمت کنید که نسبت سهم اولی بدومی مثل ۳ باشد به ۲ وسهم سومی ۵۰۰ ریال از میانگین حسابی دو سهم دیگر کمتر باشد (اولی ۶۳۰۰۰ – دومی ۴۲۰۰۰ – سومی ۵۲۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۴ – مقداری آجر سفید ازقرار هزاری ۲۰۰ ریال ومقداری آجر تراش از قرار هزاری ۲۵۰ ریال و مقداری آجر سرخ از قرار هزاری ۱۵۰ ریال خریدیم . قیمتهای این آجر ها برابر میشوند . تعیین کنید شمارهٔ آجر های هر نوع را درصورتیکه میدانیم اگر همه آجر ها سفید بود قیمتشان ۴۰۰۰ ریال بیش از قیمت فعلی بود (آجر سفید ۱۵۰ هزار – آجر تراش ۱۲۰ هزار – آجر سرخ ۲۰۰ هزار)

مسئله ۱۷۵ — دو نفر دهقان برای رساندن آب بمزرعهٔ های خود بشراکت سدی میبندند وقرار میگذارند که هزینهٔ آن بنسبت مستقیم مساحت مزرعه ها و بنسبت معکوس فاصله سد تا مزرعه تقسیم شود. مزرعه اولی ۴۰ آر و فاصله آن تا سد ۲۵ متراست مزرعه دومی ۷۵ آر وفاصله آن تاسد ۳۰ متراست تعیین کنید سهم هریك را درصورتیکه میدانیم هزینه کلی سد ۱۱۸۹ ریال بوده است

(اولی ۴۶۴ ریال دومی ۷۲۵ ریال)

مسئله ۱۷۶ — بسه نفر کارمند بنگاهی ۱۱۴۵۰ ریال انعام دادهشده میخواهیم این پول را بین آنها بنسبت مستقیم سالهای خدمت ونسبت معکوس حقوق ماهیانه تقسیم کنیم. اولی ۱۸ سال پیشینه خدمت و ۲۷۰۰ ریال حقوق دومی ۱۵ سال پیشینه خدمت و ۲۱۰۰ ریال حقوق و سومی ۱۲ سال پیشینه خدمت و ۱۵۰۰ ریال حقوق دارد تعیین کنید سهم هریك را

(اولی ۳۵۰۰ ریال - دومی ۳۷۵۰ ریال - سومی ۴۲۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۷ — سه نفر هر یك مدتی سرمایه خود را در بنگاهی گزاردند اولی ۷۵۶۰۰ ریال را درمدت سه ماه ونیم دومی ۴۶۸۰۰ ریال را درمدت ۵ ماه ونیم و سومی ۵۸۹۰۰ ریال را در مدت ۶ ماه در آن بنگاه بکار انداختند. تعیین کنید سود هریك را درصورتیکه میدانیم مجموع سود ها برابر ۷۴۴۰۹ ریال بوده است

(اولی ۲۲۴۹۱ - دومی ۲۱۸۷۹ - سومی ۳۰۰۳۹ ریال)

مسئله ۱۷۸ — سه نفر هریك سرمایه‌ای را مدتی دربانکی گزاردند نسبت بسرمایهٔ اولی بدومی مثل ۲ است به ۳ ونسبت سرمایهٔ دومی بسومی مثل ۴ است به ۵ ومدتهائی که این سرمایه ها در آن بانك بوده بترتیب متناسبند با برخه های $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{3}{5}$ معین کنید سود هریك را درصورتیکه میدانیم سودکلی برابر ۴۸۹۷۵ ریال است

(اولی ۱۱۷۵۴ ریال - دومی ۱۹۵۹۰ ریال - سومی ۱۷۶۳۱ ریال)

بخش سیزدهم

آمیزه (اختلاط و امتزاج)

۱ - آمیزه

۲۷۶ تعریف ـ آمیزه عبارتست از آمیختن دو یا چند جسم جامد یا مایع

۲۷۷ انواع مسائل آمیزه ـ مسائل آمیزه بدو دسته تقسیم میشوند ـ دسته اول آنهائیست که در آنها مقدار جنسهای آمیختنی و بهای آنها معلوم است و میخواهیم بهای یک جنس آمیخته را بدست آوریم دسته دوم آنهائیست که در آنها بهای جنسهای آمیختنی معلومست و میخواهیم نسبت مقادیر جنسهای آمیختنی را بدست آوریم

۲۷۸ مسئله ۱ ـ عطاری ۳ کیلوگرم چای را که بهای هر کیلوگرم آن ۳۶ ریال بود با ۵ کیلوگرم چای که قیمت یک کیلوگرم آن ۴۰ ریال است آمیخت مطلوبست قیمت یک کیلوگرم این آمیخته

حل - میدانیم ۳ کیلوگرم چای نوع اول ریال ۱۰۸ = ۳۶ × ۳ و ۵ کیلوگرم چای نوع دوم ریال ۲۰۰ = ۴۰ × ۵ ارزش دارند پس ارزش مجموع چنین میشود : ریال ۳۰۸ = ۲۰۰ + ۱۰۸ و چون ۸ کیلوگرم چای داریم پس بهای یک کیلوگرم آن ریال ۳۸٫۵ = $\frac{۳۰۸}{۸}$ خواهد بود

۲۷۹ قاعده ۱ ـ برای تعیین بهای یک آمیخته وقتی مقدار اشیاء آمیختنی و قیمت یکه هر یک در دست باشد بدواً مقدار هر جنس را در

قیمت یکه اش ضرب نموده مجموع این حاصل ضربها را بر مجموع مقدار جنسها تقسیم میکنیم -

۲۸۰ مسئله ۲ ــ نانوائی دو نوع آرد دارد اولی هرتنی ۶۰۰ ریال و دومی هرتنی ۷۲۰ ریال ارزش دارد میخواهد از آمیختن آنها آردی بدست آورد که هرتنی ۶۵۰ ریال ارزش داشته باشد تعیین کنید بچه نسبت باید از دو نوع بردارد

حل - یك تن آرد نوع اول برمیداریم و میخواهیم بدانیم چقدر آرد از نوع دویم باید بااین یك تن مخلوط نمود تا بهای مخلوط بدون سود و زیان هرتنی ۶۵۰ ریال گردد- اما ازیك تن آرد نوع اول که در مخلوط بکار رود (ریال ۵۰=۶۰۰-۶۵۰) ۵۰ ریال سود میبریم میخواهیم بدانیم چقدر آرد از نوع دویم باید با این یك تن مخلوط نمود تا ۵۰ ریال زیان داشته باشد ــ میدانیم از هریك تن آرد نوع دویم که در مخلوط باشد ۷۰ ریال زیان میبریم پس برای آنکه زیان ما برابر ۵۰ ریال سودباشد باید $\frac{۵}{۷}$ تن آرد از نوع دویم برداریم پس بازاء یك تن آرد از نوع اول باید $\frac{۵}{۷}$ تن آرد از نوع دویم برداریم وچون یك تن و $\frac{۵}{۷}$ تن را هفت برابر کنیم میشود ۷ و ۵ و یا بعبارت دیگر نسبت مقدار آرد نوع اول بمقدار آرد نوع دویم مثل نسبت ۷ میباشد به ۵ -

این نتیجه را بدین طریق نیز میتوان بدست آورد - گوئیم : از هر تن آرد اولی که در مخلوط بکار رود :

ریال
۵۰=۶۰۰-۶۵۰ سود عاید میشود و از هرتن آرد دویمی

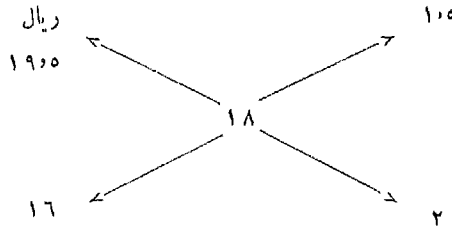
ریال
که در مخلوط باشد ۷۰=۶۵۰-۷۲۰ زیان خواهد بود - حال

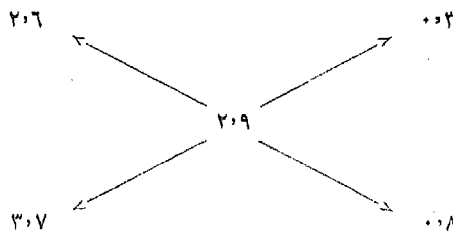
ببینیم چه مقدار از اولی وچه مقدار از دویمی باید برداشت و بهم آمیخت تا سود یکی برابر زیان دیگری گردد ـ واضح است که اگر ۷ تن از اولی برداریم ۷×۵۰=۳۵۰ ریال سود ـ و اگر ۵ تن از دویمی برداریم ۵×۷۰=۳۵۰ ریال زیان خواهیم داشت ـ پس نسبت مقدار آردی که از نوع اول برمیداریم بمقدار آردی که از نوع دویم برمیداریم باید مانند نسبت ۷ باشد به ۵

۲۸۱ قاعده ۲ ـ هرگاه بهای یکه اشیاء آمیختنی و بهای یکه آمیخته معلوم باشد و بخواهیم نسبت آمیزش را تعیین کنیم اختلاف قیمت یکه هریک از اشیاء را با بهای یکهٔ شیئی آمیخته تعیین میکنیم ـ نسبت مقدار اشیاء مخلوط کردنی برابر نسبت عکس این دو اختلاف میباشد

[illegible] = نسبت آمیزش

۲۸۲ مسئله ۳ ـ عطاری ۱۰ کیلوگرم قهوه که هر کیلوگرم آن ۱۹.۵ ریال ارزش دارد و میخواهد آنرا با قهوهٔ که هر کیلوگرم ۱۶ ریال ارزش دارد مخلوط کند تا مخلوط هر کیلوگرمی ۱۸ ریال ارزش داشته باشد ـ تعیین کنید چه مقدار قهوه نوع دویم لازم است

حل - چون مطابق قاعده دویم عمل کنیم چنین داریم:

میبینیم نسبت مقدار قهوه‌اول بمقدار قهوه دویم بایدمثل نسبت ۲باشد به ۵ر۱ یابه نسبت ٤ به۳ یعنی بازاء هرچهار کیلوگرم ازقهوه اولی باید ۳ کیلوگرم از قهوه دویمی برداشت یعنی باید ۵ر۷ = $\frac{۳}{٤}$ × ۱۰ کیلوگرم از قهوه نوع دویم را با ۱۰ کیلوگرم قهوه نوع اول آمیخت

۲۸۳ مسئله ۴ - از آمیختن دو نوع سرکه که اولی هر یك من ٦ر۲ ریال ودویمی هریك من ۷ر۳ ریال ارزش دارد میخواهیم ۵ر٤۹ من سرکه بسازیم که هرمن آن ۹ر۲ ریال ارزش داشته باشد چون مطابق قاعده ۲ عمل کنیم چنین خواهیم داشت

چون هر ۸ من سرکه نوع اول را باید با ۳ من از سرکه نوع دویم آمیخت و چون ۵ر٤۹ رابه نسبت ۸و۳ قسمت کنیم میبینیم که

از سرکه اول باید $\overset{\text{من}}{۳۶} = ۸ \times \frac{۴۹٫۵}{۱۱}$ و ازسرکه دویمی $\overset{\text{من}}{۱۳٫۵} = ۳ \times \frac{۴۹٫۵}{۱۱}$
برداشت و ممزوج کرد

۲۸۴ مسئله ۵ - بقالی پنج نوع عدس دارد که قیمت یك خروار آنها به ترتیب ۲۲٤ و ۲۵۰ و ۲۹۲ و ۳۰۸ و ۳۷۰ ریال میباشد میخواهد از آمیختن آنها مخلوطی بدست آورد که هر خروار آن ۲۸۳ ریال ارزش داشته باشد تعیین کنید از هر یك چه مقدار باید بردارد

حل - اگر یك خروار عدس اول و یك خروار عدس دویم را برداریم جمعاً

(۲۸۳ ۲۲٤)+(۲۸۳ ۲۵۰)=۵۹+۳۳=۹۲ ریال

سود عاید ما میشود - و اگر یکخروار از عدس سوم و یکخروار از عدس چهارم و یك خروار از عدس پنجم را برداریم جمعاً

(۲۹۲ − ۲۸۳) + (۳۰۸ − ۲۸۳) + (۳۷۰ − ۲۸۳) = ۹ + ۲۵ + ۸۷ = ۱۲۱ ریال

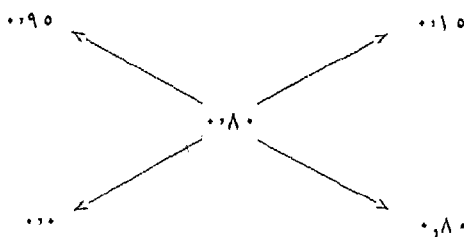
زیان میکنیم - چنانکه در مسئله دوم دیدیم برای اینکه سود برابر زیان باشد باید از هر کدام از عدسهای دسته اول ۱۲۱ خروار و از هر یك از عدسهای دسته دویم ۹۲ خروار برداریم -

تبصره - بر دانش آموزان است که با امتحان این مسئله نتیجهٔ آنرا تحقیق کنند -

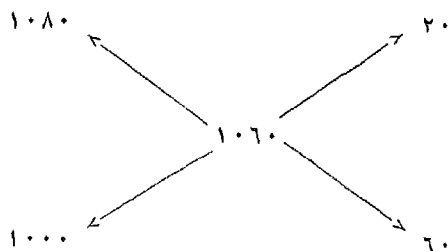
۲۷۵ - قاعده ۳ - هر گاه در مسائل آمیزه شماره شیء آمیختنی بیش از ۲ باشد و بهای یکهٔ شیء آمیختنی و بهای یکهٔ آمیخته معلوم باشد و بخواهیم نسبت آمیزش را بدست آوریم اختلاف قیمت یکهٔ هر یك از اشیاء را با قیمت یکهٔ آمیخته تعیین کرده باندازهٔ مجموع سودها

ازهر یک اشیائی که زیان میدهد وباندازهٔ مجموع زیانها ازهر یک از اشیائی که سود میدهد بر میداریم -

۲۸۶ - مسئله - ٦ - چه مقدار آب باید در ٤٠ لیتر سرکه لیتری ۰٫۹۵ ریال ریخت تا بهای یک لیتر سرکهٔ آمیختهٔ با آب ۰٫۸۰ ریال گردد

حل - با در نظر گرفتن اینکه آب ارزش ندارد مطابق قاعده ۲ عمل میکنیم چنین میشود -

میبینیم که باید با هر ۸۰ لیتر سرکه ۱۵ لیتر آب آمیخت پس در ٤٠ لیتر سرکه باید ۷٫۵ لیتر آب ریخت

۲۸۷ - مسئله - ۷ - ۲۷ لیتر آب دریا داریم که هر لیتر آن ۱۰۸۰ گرم وزن دارد معین کنید چند لیتر آب خالص باید با آن آمیخت تا هر لیتر ممزوج ۱۰٦۰ گرم وزن داشته باشد (وزن یک لیتر آب خالص را ۱۰۰۰ گرم فرض میکنیم) -

حل - باز مطابق قاعده ۲ عمل میکنیم چنین میشود

یعنی باید هر ٦ لیتر آب دریا را با ۲ لیتر آب خالص ممزوج نمود پس ۲۷ لیتر آب دریا را با ۹ = $\frac{۲}{٦}$ × ۲۷ لیتر آب خالص ممزوج کرد

۲ ـ آلیاژ ها

۳۸۸ - تعریف ــ هرگاه مقداری از ۲ یا چند فلز مختلف با هم گداخته شود فلزی را که بدین ترتیب بدست میآید آلیاژ خوانند

معمولا فلزات قیمتی (سیم ــ زر ــ زر سفید) را بتنهائی یعنی بطورخالص دربازرگانی بکار نمیبرند زیرا بزودی ساییده و ازمقدار آن کاسته میشود

برای استحکام و دوام اشیائی که بـ این فلزها ساخته میشوند آلیاژی از این فلز های قیمتی بـا فلز های دیگر (مانند مس یـا آلومینیوم) میسازند

۳۸۹ - عیار و بار ــ فرض کنیم آلیاژی از ۹۲ گرم طلای خالص و ۸ گرم مس بسازیم گوئیم عیار این آلیاژ ۰٫۹۲ = $\frac{۹۲}{۱۰۰}$ و بار آن ۰٫۰۸ = $\frac{۸}{۱۰۰}$ میباشد

پس عیار عبارتست از نسبت وزن فلز قیمتی بوزن آلیاژ و بار عبارتست از نسبت وزن فلز کم بها بوزن آلیاژ

[illegible]

تبصره ــ در مسائل آلیاژها [illegible] فقط بجای آلیاژ [illegible] آلیاژها [illegible] که [illegible]

۲۹۰ - **مسئله ۱** ــ ۵۰ گرم زر بعیار ۰٫۷۵۰ و ۴۰ گرم زر بعیار ۰٫۹۰۰ و ۳۰ گرم مس خالص را باهم گداخته‌ایم تعیین کنید عیار شمش حاصل را

مقدار زر ویژه اولی ۳۷٫۵ گرم $= ۵۰ \times ۰٫۷۵۰$

مقدار زر ویژه دومی ۳۶ گرم $= ۴۰ \times ۰٫۹۰$

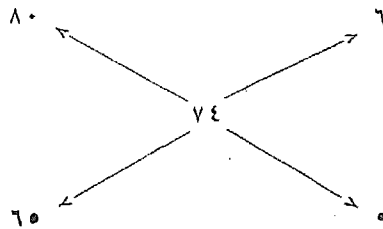
پس مقدار زر ویژه موجود در شمش حاصل برابر است با

گرم ۷۳٫۵ $= ۳۶ + ۳۷٫۵$

و چون وزن شمش حاصل برابر است با گرم ۱۲۰ $= ۳۰ + ۴۰ + ۵۰$

پس عیار شمش ما مساویست با ۰٫۶۱۲۵ $= \frac{۷۳٫۵}{۱۲۰}$

۲۹۱ - **مسئله ۲** زرگری ۲۷ گرم زر بعیار ۰٫۸۰ دارد چقدر زر بعیار ۰٫۶۵ باید با آن بگدازد تا شمشی بعیار ۰٫۷۴ بدست آورد-

حل - چون مطابق قاعده دویم آمیزه عمل کنیم چنین خواهیم داشت

یعنی با هر ۹ گرم زر اولی باید ۶ گرم از زر دویمی گداخت

پس با ۲۷ گرم از زر اولی باید ۱۸ گرم $= \frac{۶}{۹} \times ۲۷$ از زر دویمی گداخت

تبصره ۱ ــ واضح است عیار زر ویژه برابر ۱ و عیار مس خالص برابر صفر است

تبصره ۲ ــ مسئله های انواع دیگر آلیاژ ها عیناً مانند مسائل آمیزه حل میگردد-

مسئله ها

مسئله ۱۷۹ ـ دونوع آرد داریم یکی کیلوگرمی ۱۸ر۰ ریال ودیگری کیلوـ گرمی ۹۹ر۰ ریال ارزش دارند بچه نسبت باید آنها را با هم آمیخت و نان پخت که نان آن کیلوگرمی ۴۸ر۰ ریال تمام شود در صورتیکه میدانیم هر ۱۰۰ کیلوگرم آرد ۱۲۵ کیلوگرم نان میدهد و ۱۰۰ کیلوگرم نان ۱۲ ریال دستمزد پختن وهزینه سوخت لازم دارد ـ (بطور مساوی)

مسئله ۱۸۰ ـ یک لیتر آب دریا ۱۰۸۰ گرم وزن دارد درظرفی که گنجایش ۳۰ لیتر دارد آب دریا با آب خالص ریختیم وظرف را پر کرده ایم اگر وزن ظرف ومایع آن جمعاً ۳۲٫۰۹ کیلوگرم باشد و بدانیم وزن ظرف خالی ۶۵ر۰ کیلوگرم است معین کنید مقدار آب دریا و آب خالص را (۱۸ لیتر آب دریا و ۱۲ لیتر آب خالص)

مسئله ۱۸۱ ـ درکارخانه قند سازی دونوع چغندر بکارمیرود یکی ۱۱درصد قند دارد و دیگری ۵ر۹ در صد و میدانیم ۷ر۰ قند موجود در چغندر ها گرفته و بقیه تلف میشود معین کنید چه مقدار از چغندر نوع اول باید با ۲۴ تن چغندر نوع دویم مخلوط نمود و در کارخانه بکار برد تا از مخلوط عملا هفت درصد قند بدست آید (۱۲ تن)

مسئله ۱۸۳ ـ بنگاهی از آمیختن دو نوع چای یکی کیلوگرمی ۳۵ ریال ودیگری کیلوگرمی ۴۲ ریال یکصندوق ۱۰۰ کیلوگرمی چای درست کرد که چون آن را به ۴۲۳۳٫۶ ریال فروخت ۱۲ در صد از بهای تمام شده سود برد مطلوبست مقدار هر یك از دو چای (از اولی ۶۰ و از دومی ۴۰ کیلوگرم)

مسئله ۱۸۳ ـ عطاری میخواهد ازمخلوط کردن سه نوع قهوه یکی کیلوگرمی ۱۳ ریال دومی کیلوگرمی ۱۶ ریال سومی کیلوگرمی ۲۰ ریال ۱۸۰ کیلوگرم قهوه بسازد که هر کیلوگرم آن ۱۵ ریال ارزش داشته باشد از هر کدام چقدر لازم است

(از اولی ۱۰۸ از دومی وسومی هریك ۳۶ کیلوگرم)

مسئله ۱۸۴ ـ عکاسی مقداری محلول ۵ در صد سولفیت دارد میخواهد با این محلول سولفیت بسازد که ۷ر۲ در صد هزار محلول باشد معین کنید چقدر آب خالص و چقدر از محلول اولی لازم است (۵ر۷ سانتیمتر مکعب از محلول اول لازم است)

مسئله ۱۸۵ - دوشمش سیم داریم اگر یك کیلو گرم از اولی و یك کیلو گرم از دومی را با هم بگدازیم عیار شمش حاصل ۸۵ر۰ و اگر دو کیلو گرم از اولی و ۳ کیلو گرم ازدومی را باهم بگدازیم عیار شمش حاصل ۸۶ر۰ خواهد بود مطلوبست عیار هر یك از دو شمش (اولی ۸۰ر۰ و دویمی ۹۰ر۰)

مسئله ۱۸۶ - دوشمش سیم یکی بعیار ۷۰ر۰ ودیگری بعیار ۹۰ر۰ را باهم گداخته ایم عیار شمش حاصل ۸۴ر۰ شده و چون ۱۰۰ گرم سیم ویژه با این شمش اخیر بگداریم عیار شمشی که بدست میآید ۹۲ر۰ میشود مطلوبست وزن هر یك ازدو شمش اول - (اولی ۳۰ گرم — دویمی ۷۰ گرم)

مسئله ۱۸۷ - ۲۱ کیلو گرم سیم بعیار ۸۰ر۰ را با دوشمش سیم دیگر که عیار اولی ۹۰ر۰ وعیار دیگری ۶۰ر۰ ونسبت وزنهای آنها بیکدیگر مثل نسبت ۲ بود به ۵ با هم گداخته ایم تعیین کنید وزن این دو شمش را در صورتیکه میدانیم عیار شمش حاصل ۷۲ر۰ است (اولی ۱۴ کیلو گرم — دویمی ۳۵ کیلو گرم)

مسئله ۱۸۸ - سه شمش زرداریم که عیارهای آنها بترتیب عبارتند از ۷۵ر۰ و ۸۵ر۰ و ۹۵ر۰ چه مقدار از هر یك از دو شمش اول را باید با ۵۰۰ گرم از شمش سوم با هم گداخت تا یك کیلو گرم زر بعیار ۸۸ر۰ بدست آید.

(۲۰۰ گرم از اولی و ۳۰۰ گرم از دویمی)

پایان

فهرست

صفحه

بخش هفتم - برخه

بخش هشتم - دستگاه متری

بخش نهم - نسبت و تناسب

بخش دهم - مرابحه

بخش یازدهم - تنزیل

بخش دوازدهم - تسهیم به نسبت و مشارکت

بخش سیزدهم - آمیزه

غلط نامه

صفحه	سطر	درست
۹	۱۱	با حرف (و)
۳۷	۲۳	۳۵۰ میگردد
۳۷	۲٤	جواب ۱٤ و ۲۳
۵۵	٤	در چپ آن میگذاریم
٦۵	۸	تمام هندوانه ها را که ۲۱۰ عدد بود
٦۵	۸	و ۵ر۹ ریال بیش
٦٦	۵	جمعاً مبلغ ۸۵ر۱۳۵۲ ریال
٦٦	٦	جمعاً ٤۵ر۱۵۳۹ ریال
٦٦	۲۵	به ۲۰ر٤۲۳ ریال
٦۷	۳	سود بزاز ۲۰ر۵۵ ریال
٦۷	۹	دسته اول ۵۲۰ ریال دسته سوم ۱٦۰ ریال
٦۷	۱۷	به ۳۵٦٤۰ ریال
٦۷	۲۰	زمین ۱٦۲۰۰ متر مربع
٦۸	۲	٤ تخت خواب
٦۸	٦	۱۲۳ سال خواهد بود
٦۸	۱٤	۹ر٦۵۰ ریال
٦۸	۱۵	۱۰ ریال بیش از آنچه خریده بود
۷۱	۱٤	روغنها را با ۱۰ر۳ ریال هزینه
۷۱	۲۰	ولی اگر دو گاو دیگر بهمان
۷۳	۱۷	۵ر٤۵ ریال ذخیره
۷٦	۲۰	که نمای آن فضل نمای مقسوم باشد
۹۸	۱۱	در ذهن در خود ضرب
۱۵۳	٦	$\frac{۱۲۵}{۱۸۰} = \frac{۲۵}{۳٦}$
۲۰۲	۳	اولی ۷۸۰۰۰ ریال
۲۰۸	۱۱	اولی ٦۰ تن